

NIEUWE DELTA-T

5/6

BEKNOPTE FINANCIËLE ALGEBRA
LEERPLAN B-C

HANDLEIDING

Jos Casteels
Luc Goris
Frederik Smessaert

Plantyn

ISBN 978-90-301-4826-5

DIT BOEK BIEDT MEER

BIJ DIT BOEK HOORT EEN LERARENKIT MET
AL HET ONLINE MATERIAAL VOOR DE LEERKRACHT

SCOODLE

1

BESTEL

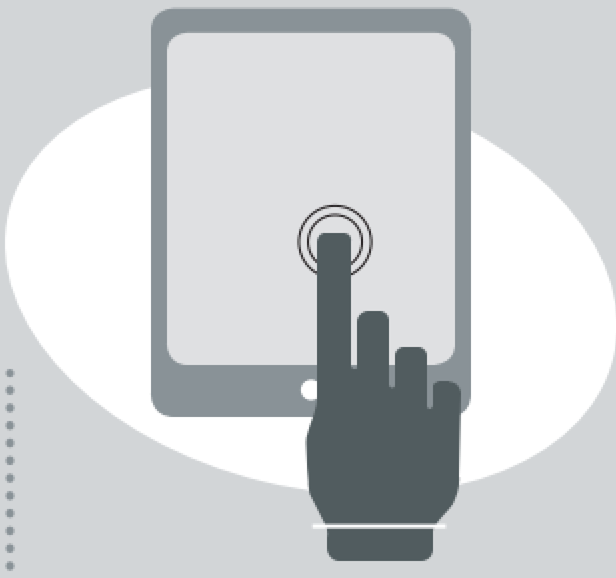
Op **www.plantyn.com** kun je de lerarenkit voor jouw leerjaar bestellen.



2

ACTIVEER

Je ontvangt een mail met de activeringscode. Ga naar **www.scoodle.be/activeer** en volg de instructies.



3

DEEL

Nu heb je toegang tot al het digitale materiaal bij deze uitgave.

Ook je collega's kunnen de activeringscode één jaar lang gebruiken.



VOORWAARDEN

Nadat je de code geactiveerd hebt, heb je een jaar lang toegang tot de digitale content. Elk jaar ontvang je daarvoor een factuur, maar de activatie blijft geldig.

Nieuwe Delta-T

leermap 5/6
beknopte financiële algebra - leerplan B-C
handleiding

Plantyn

Opmaak cover: The Line
Opmaak binnenwerk: Composition
Omslagillustratie: Corbis
Illustraties: Stefaan Provijn
Illustratievermelding: Fotolia.com: 3ddd, Alexey Astakhov, ArVis, auremar, azschach, BortN66, borzaya, buchachon, Content Factory, Csaba Balasi, dinostock, Edyta Pawlowska, Eisenhans), flashpics, goodluz, Gudellaphoto, gunnar3000, ikonoklast_hh, Ilya Andreev, Joop Hoek, JSD, K.-U. Häßler, khz, Kirill Kedrinski, Kurhan, marek_usz, Maridav, pdesign, Pixel Embargo, Regormark, RGtimeline, RomainQuéré, sashazamarasha, Sashkin, Scanrail, Schlierner, slavun, suzannmeer, tashatuvango, Tatjana Rittner, tavi, tvildanov, Unclesam, vasabii, Viesturs Kalvans, vovan, zest_marina
Imageselect, iStockphoto

Auteurs DELTA-T en NIEUWE DELTA-T
Gerda Barberien, Jos Casteels, Peter Crokaerts, Danielle De Vos, Luc Goris, Geert Heynickx, André Huysmans, Els Jacobs, Roland Rottiers, Jos Salaets, Frederik Smessaert, Conny Van den Brande, Luc Van den Broeck, Annick Van den put, Katrijn Van Eekert, Carl Van Hove

Redactie: Jos Casteels, Frederik Smessaert

Plantyn

Plantyn
Motstraat 32, 2800 Mechelen
T 015 36 36 36
F 015 36 36 37
klantendienst@plantyn.com
www.plantyn.com

Dit boek werd gedrukt op papier van verantwoorde herkomst.

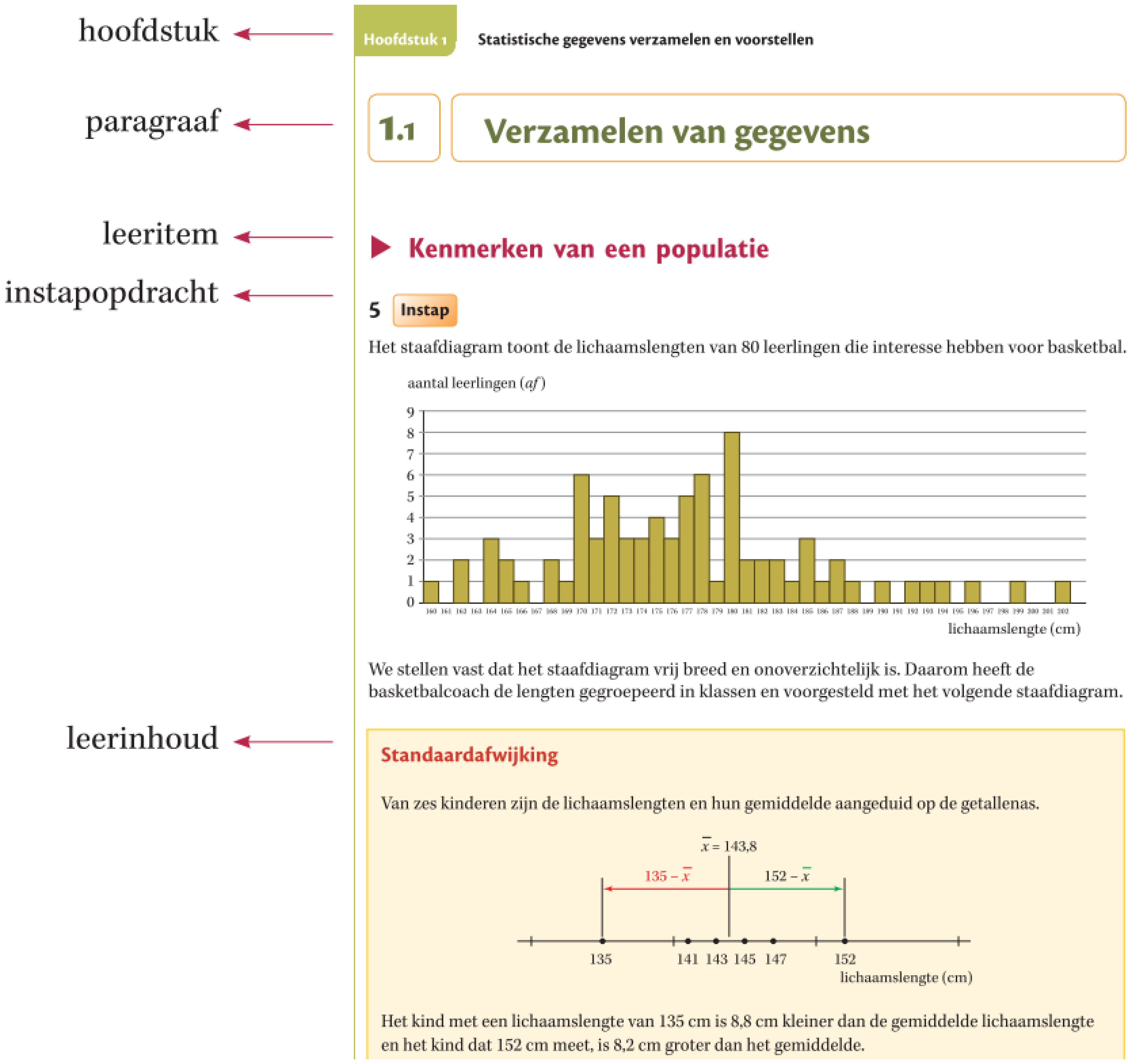
NUR 128

ISBN 978-90-301-4826-5 23432/0 D2015/0032/0119

De leermap **NIEUWE DELTA-T Beknopte financiële algebra** is bestemd voor alle leerlingen uit de derde graad van de TSO-studierichtingen en de KSO-studierichtingen die leerplan b of c volgen.

Opbouw van de leermappen Nieuwe Delta-T

Elk hoofdstuk wordt ingeleid met een passende opening over het te bestuderen onderwerp. De genummerde paragrafen van elk hoofdstuk bestaan uit een aantal leeritems. Elk leeritem wordt ingeleid met een instapopdracht.



Elk hoofdstuk begint met een inhoudstafel die aanwijst op welke pagina elk leeritem staat.
In elk leeritem wordt de theorie compact uitgelegd en toegepast op concrete voorbeelden.
De soort leerinhoud is herkenbaar aan de **achtergrondkleur**.

Kennis en rekenregels om de opdrachten te kunnen uitvoeren.

Doelgericht gebruik van de rekenmachines TEXAS INSTRUMENTS en CASIO.

Vaardigheden om vlot te kunnen meten, schetsen en tekenen.

Extra leerinhouden om uitbreidingsdoelstellingen te realiseren.

Didactisch gerangschikte opdrachten zorgen voor een systematische verwerking van de leerinhouden.

Instap Leeritems worden ingeleid met probleemstellingen uit de praktijk.

De moeilijkheidsgraad van de opdrachten is aangegeven met gekleurde vierkantjes.

Eenvoudige opdrachten

Opdrachten met een bijkomende moeilijkheidsgraad

Opdrachten met een hogere moeilijkheidsgraad

Oefenopdrachten op de uitbreidingsleerstof worden aangegeven met een schaduwvlakje.

Instap

Elke paragraaf wordt afgesloten met **Uitdagingen**.

De **Uitdagingen** laten voldoende ruimte voor begeleid zelfstandig leren of zelfstandig leren en helpen de verschillen in studietempo opvangen.

Uitdagingen

1 In een klas scoorden de meisjes gemiddeld 8,5 en de jongens 7,4 op een toets wiskunde. Het gemiddelde van de klas is 8. Er zitten 12 meisjes in die klas.
Hoeveel leerlingen telt deze klas?

(A) 16 B (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 24

Vlaamse Wiskunde Olympiade

In de **Exploraties** komen onderwerpen aan bod die binnen of buiten de wiskunde liggen.

Exploratie

Kerncijfers

De Algemene Directie Statistiek en Economische Informatie van de FOD Economie heeft de opdracht om aan de informatiebehoeften van de overheid, de bedrijfswereld en de burgers te voldoen door hen actuele cijfers over de toestand van het land aan te bieden.

De brochure 'Kerncijfers' geeft een overzicht van wat er aan basisgegevens beschikbaar is.

Het **trefwoordenregister** geeft aan op welke pagina we de nodige informatie kunnen terugvinden.

Trefwoordenregister

A

1 Intrestberekening

Het vervaardigen van producten, het verlenen van diensten of het leveren van om het even welke prestatie zal meestal vergoed worden met een loon, een honorarium of een andere vorm van bezoldiging. Dit is zeker het geval in de financiële wereld. Mensen die over voldoende kapitaal beschikken, kunnen hun geld voor een bepaalde periode uitlenen aan een bank. Hiervoor zal de bank een percentsgewijze vergoeding of intrest uitbetalen.

- Hoe zal de bank deze intrest berekenen?
- Hoeveel soorten intrestberekeningen bestaan er?
- Wat betekenen de rentevoeten op affiches en in advertenties?

Spaargelden op een spaarrekening brengen intrest op. Maar als we geld lenen bij een bank moeten we intrest betalen. Om deze intresten te berekenen, werken financiële instellingen met formules.

1.1 Enkelvoudige intrest

1.2 Samengestelde intrest



1.1 Enkelvoudige intrest

▶ Jaarlijkse intrest en rentevoet

1 Instap

Bjarne kocht een kasbon in twee verschillende banken.

ARGENTA – uw appeltje voor de dorst

kasbon		
looptijd	bedrag	jaarlijkse intrest
3 jaar	500 EUR	15 EUR

Belfius – Bank & Verzekeringen

kasbon		
looptijd	bedrag	jaarlijkse intrest
9 jaar	1600 EUR	48 EUR

1 Zoek op het internet de betekenis van een kasbon.

....

....

....

....

2 Hoeveel betaalt Bjarne voor elke kasbon?

....

3 Hoeveel intrest ontvangt Bjarne jaarlijks voor elke kasbon?

....

4 Vul de tabel in met de voorgaande antwoorden.
Ontdek het recht evenredig verband tussen de jaarlijkse intrest en het bedrag of het kapitaal, door de factoren in te vullen waarmee de twee grootheden veranderen.

× ....

jaarlijkse intrest (EUR)	....	....
kapitaal (EUR)	....	....

× ....

5 Volgens het kenmerk van recht evenredige grootheden zijn de quotiënten van de overeenkomstige waarden van de jaarlijkse intrest en het kapitaal gelijk.
Schrijf de gelijke quotiënten in de decimale notatie en in de percentnotatie.

....

6 Wat is de jaarlijkse intrest voor 1 euro kapitaal bij deze twee kasbons? ....

Jaarlijkse intrest en rentevoet

De financiële vergoeding die iemand ontvangt voor het beleggen van een kapitaal gedurende een bepaalde tijd, noemen we **intrest** of **rente**.

- Het kapitaal en de intrest drukken we uit in de **munteenheid** van het land. Voor de meeste Europese landen is dat de euro, voorgesteld met het symbool € vóór het bedrag of EUR achter het bedrag. Bij financiële berekeningen worden de bedragen afgerond op 0,01 euro.
- De beleggingstijd drukken we uit in **tijdseenheden** of **perioden**.

  De meest gebruikte periode is het jaar. Delen van het jaar zijn bijvoorbeeld:

  de dag: $\frac{1}{365}$ jaar of $\frac{1}{366}$ schrikkeljaar

  het kwartaal of trimester: $\frac{1}{4}$ jaar of 3 maand

  de maand: $\frac{1}{12}$ jaar

  het halfjaar of semester: $\frac{1}{2}$ jaar of 6 maand

De intrest die een kapitaal opbrengt gedurende de **periode van een jaar**, noemen we de **jaarlijkse intrest**. Het quotiënt van de jaarlijkse intrest en het kapitaal noemen we de **rentevoet**.
Dit quotiënt geeft aan hoeveel intrest één euro per jaar opbrengt.

$$\text{rentevoet} = \frac{\text{jaarlijkse intrest}}{\text{kapitaal}}$$

De rentevoet wordt meestal geschreven in de **percentnotatie**. Bijvoorbeeld:

- sparen tegen 1,20 %;
- beleggen tegen een rentevoet van 2 %.

De **decimale notatie** van de rentevoet gebruiken we bij het formulerekenen.
In de rekenresultaten ronden we de rentevoet af op 4 decimalen.

Voorbeeld

We berekenen de rentevoet van 750 euro kapitaal dat jaarlijks 11,50 euro intrest opbrengt.

$$\text{rentevoet} = \frac{\text{jaarlijkse intrest}}{\text{kapitaal}}$$

$$\text{rentevoet} = \frac{11{,}5}{750}$$

jaarlijkse intrest = 11,50 kapitaal = 750

$$= 0{,}01533...$$

De rentevoet is 0,0153 of 1,53 %.

2

Controleer voor elk jaar de rentevoet van de kasbon.

Record
recordbank.be

Step Up kasbon 5 jaar
- Stijgend rendement
- Jaarlijkse uitkering intresten
- 100 % veilige belegging

kasbon 5 jaar: 3120 EUR		
jaar	rentevoet	intrest
1e jaar	2,00 %	62,40 EUR
2e jaar	2,25 %	70,20 EUR
3e jaar	2,50 %	78,00 EUR
4e jaar	2,75 %	85,80 EUR
5e jaar	3,00 %	93,60 EUR

controle
....
....
....
....
....

3

Bereken de rentevoet.

1 kapitaal = 9250 jaarlijkse intrest = 231

rentevoet = ...

2 kapitaal = 4200 jaarlijkse intrest = 73,40

rentevoet = ...

4

Bereken de jaarlijkse intrest.

1 kapitaal = 4350 rentevoet = 3,25 %

jaarlijkse intrest = ...

2 kapitaal = 523 rentevoet = 1,80 %

jaarlijkse intrest = ...

5

Bereken het kapitaal.

1 jaarlijkse intrest = 72,28 rentevoet = 1,40 %

kapitaal = ...

2 jaarlijkse intrest = 125 rentevoet = 3,25 %

kapitaal = ...

6

Miranda leent aan haar dochter Lien 599 euro waarmee ze een laptop koopt. Het geleende bedrag moet ze pas terugbetalen als ze haar eerste wedde ontvangt. Om Lien te leren omgaan met geld vraagt ze elk jaar een intrest. De intrest wordt berekend met een rentevoet van 0,85 % dat ook de rentevoet van een spaarboekje is. Welk bedrag moet Lien elk jaar aan haar moeder geven?

....

....

....

7

Pedro huurt een weide voor 195 euro per jaar. Hij kan de huur betalen met de intresten van 30 000 euro spaargeld dat hij op een spaarboekje heeft staan. Wat is de toegepaste rentevoet?

....

....

....



8

De lievelingstante van drie zussen is overleden. De zussen leggen een som geld samen en openen bij een bank een spaarboekje met een rentevoet van 1,25 %. Met de jaarlijkse intrest van 60 euro kopen ze met Allerheiligen een bloemstuk om op het graf van hun tante te leggen. Welk bedrag hebben de drie zussen op het spaarboekje gezet?



....

....

....

9

Een kapitaal van 500 euro brengt jaarlijks 8 euro intrest op.

1 Wat is de toegepaste rentevoet?

....

....

....

2 Hoeveel euro moeten we bij dit kapitaal voegen om jaarlijks 15 euro intrest te ontvangen tegen dezelfde rentevoet?



....

....

....

....

Rentedagen

10 Instap

Een som geld brengt intrest op vanaf 17 april. Op 12 september van hetzelfde jaar wordt dit bedrag opgenomen via Bancontact.



januari				
	7	14	21	28
1	8	15	22	29
2	9	16	23	30
3	10	17	24	31
4	11	18	25	
5	12	19	26	
6	13	20	27	

februari				
	4	11	18	25
	5	12	19	26
	6	13	20	27
	7	14	21	28
1	8	15	22	
2	9	16	23	
3	10	17	24	

maart				
	4	11	18	25
	5	12	19	26
	6	13	20	27
	7	14	21	28
1	8	15	22	29
2	9	16	23	30
3	10	17	24	31

april				
1	8	15	22	29
2	9	16	23	30
3	10	17	24	
4	11	18	25	
5	12	19	26	
6	13	20	27	
7	14	21	28	

mei				
	6	13	20	27
	7	14	21	28
1	8	15	22	29
2	9	16	23	30
3	10	17	24	31
4	11	18	25	
5	12	19	26	

juni				
	3	10	17	24
	4	11	18	25
	5	12	19	26
	6	13	20	27
	7	14	21	28
1	8	15	22	29
2	9	16	23	30

juli				
1	8	15	22	29
2	9	16	23	30
3	10	17	24	31
4	11	18	25	
5	12	19	26	
6	13	20	27	
7	14	21	28	

augustus				
	5	12	19	26
	6	13	20	27
	7	14	21	28
1	8	15	22	29
2	9	16	23	30
3	10	17	24	31
4	11	18	25	

september				
30	2	9	16	23
	3	10	17	24
	4	11	18	25
	5	12	19	26
	6	13	20	27
	7	14	21	28
1	8	15	22	29

oktober				
	7	14	21	28
1	8	15	22	29
2	9	16	23	30
3	10	17	24	31
4	11	18	25	
5	12	19	26	
6	13	20	27	

november				
	4	11	18	25
	5	12	19	26
	6	13	20	27
	7	14	21	28
1	8	15	22	29
2	9	16	23	30
3	10	17	24	

december				
30	2	9	16	23
31	3	10	17	24
	4	11	18	25
	5	12	19	26
	6	13	20	27
	7	14	21	28
1	8	15	22	29

Hoeveel dagen heeft deze som geld intrest opgebracht? Gebruik de kalender om het aantal dagen te tellen.

....

....

Aantal rentedagen

De dagen waarop een kapitaal intrest opbrengt, noemen we **rentedagen**.

Om het aantal rentedagen te berekenen, telt de **begindatum** mee maar de **einddatum** niet.

Voorbeeld

We berekenen het aantal rentedagen van een kapitaal uitgezet van 13 maart tot 17 mei met

- **telling**

Aantal rentedagen in maart:	31 – 13 + 1= 19	**13 maart wordt meegeteld, vandaar + 1**
Aantal rentedagen in april:	30	
Aantal rentedagen in mei:	17 – 1 = 16	**17 mei wordt niet meegeteld, vandaar – 1**
Totaal aantal rentedagen:	19 + 30 + 16 = 65	

- **jaarkalender**

De berekening van het aantal rentedagen kunnen we vergemakkelijken door een jaarkalender te gebruiken waarin elke datum voorzien is van een volgnummer.

	1 JAN	2 FEB	3 MAA	4 APR	5 MEI	6 JUN	7 JUL	8 AUG	9 SEP	10 OKT	11 NOV	12 DEC
1	1	32	60*	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29	(60)	88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

(*) In een schrikkeljaar worden de volgnummers vanaf 1 maart met één vermeerderd.

Volgnummer van 13 maart: 72
Volgnummer van 17 mei: 137

Totaal aantal rentedagen: 137 – 72 = 65

11

Vink de juiste omschrijving van een schrikkeljaar aan.

- Elk jaar waarvan het jaartal deelbaar is door 4. ☐
- Elk jaar waarvan het jaartal deelbaar is door 4, met uitzondering van de eeuwjaren. ☐
- Elk jaar waarvan het jaartal deelbaar is door 4, met uitzondering van de eeuwjaartallen die niet door 400 deelbaar zijn. ☐

Zet een vinkje bij de jaartallen die een schrikkeljaar zijn.

2000	☐	2020	☐	2082	☐
2013	☐	2030	☐	2100	☐
2016	☐	2036	☐	3000	☐

12

Bereken met de jaarkalender het aantal rentedagen dat een kapitaal uitstaat

1 van 20 januari 2013 tot 30 oktober 2013.

....

2 van 5 februari 2016 tot 5 juni 2016.

....

3 van 10 december 2017 tot 24 mei 2018.

....



4 van 18 november 2015 tot 3 april 2017.

....

5 van 3 augustus 2014 tot 18 december 2016.

....

6 van 20 mei 2014 tot 11 juni 2015.

....

7 van 30 oktober 2018 tot 20 januari 2020.

....

Berekening van het aantal rentedagen

We berekenen het aantal rentedagen van een kapitaal dat uitgezet is van 5 maart 2013 tot 9 november 2013.

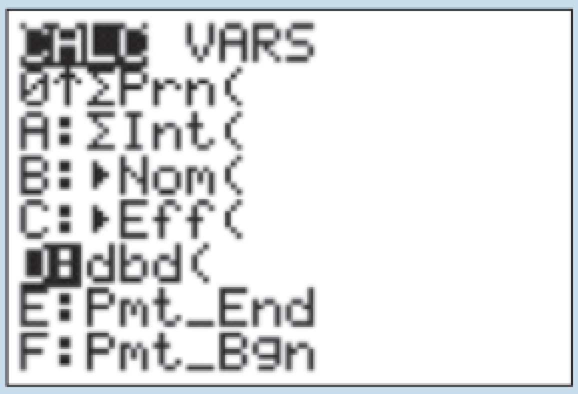
TEXAS INSTRUMENTS

Met de toepassingentoets APPS kunnen we de toepassing Finance oproepen. In het financieel rekenmenu CALC kiezen we de optie D om de datumfunctie dbd op te roepen in het rekenscherm. De afkorting dbd staat voor 'days between dates' en betekent 'aantal dagen tussen datums'.

- [APPS] [1: Finance]

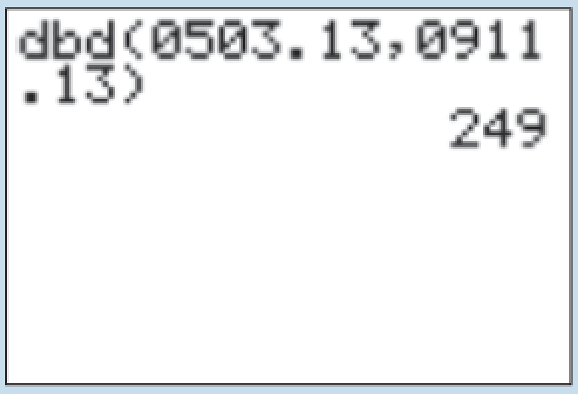
  [▲: tot D:dbd] [ENTER]





We voeren achtereenvolgens de begindatum en de einddatum in, gescheiden door een komma. Een datum schrijven we in de notatie: dag, maand, punt en de laatste twee cijfers van het jaartal.

- 0503.13 [,] 0911.13 [)] [ENTER]



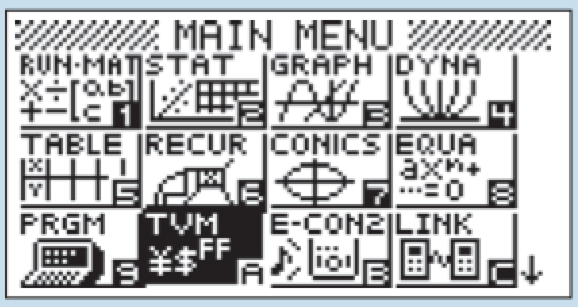
De intrestperiode van 5 maart 2013 tot 9 november 2013 telt 249 rentedagen.

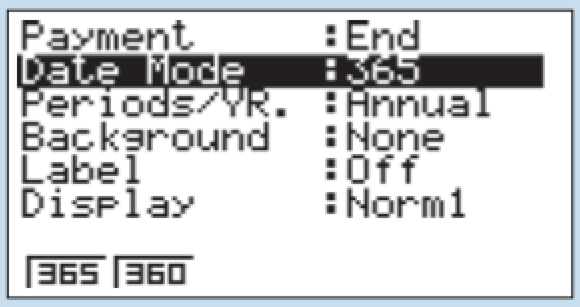
CASIO

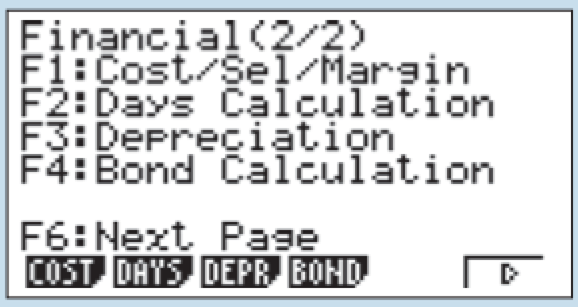
In de modus TVM kunnen we financiële berekeningen uitvoeren. De afkorting TVM staat voor 'Time Value of Money' en betekent 'Geldwaarde in functie van de tijd'. We stellen eerst de datummodus in op 365 dagen per jaar en keren daarna terug naar het tweede blad van het financiële scherm.

- [MENU] [A: TVM]

  [SHIFT] [SET UP] [▼] [F1: 365] [EXIT] [F6: ▷]

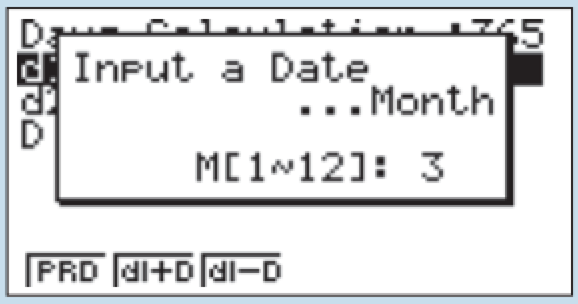


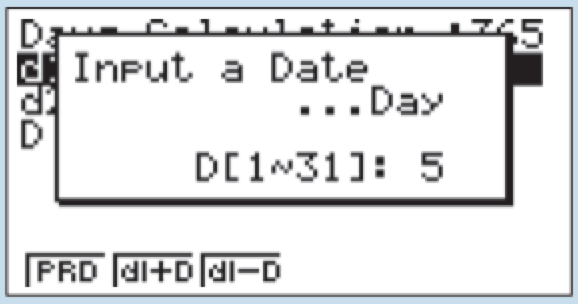


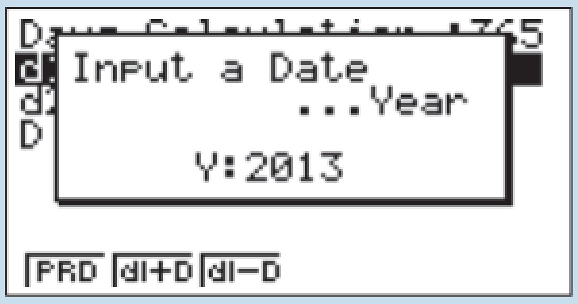


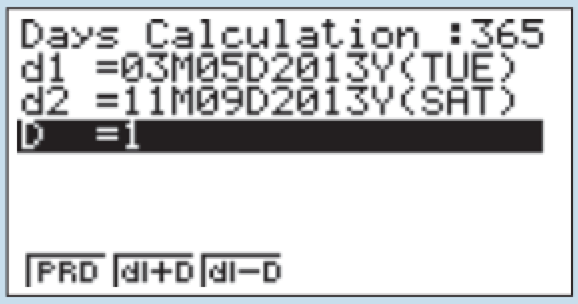
We roepen het scherm voor de datumberekening op. We voeren de begindatum in achter d1 en de einddatum achter d2 met drie invoervelden: één voor de maand, één voor de dag en één voor het volledig jaartal. De datum verschijnt dan in de notatie 'maand, dag, jaar' achter d1 en d2.

■ [F2: Days Calculation] 3 [EXE] 5 [EXE] 2013 [EXE] 11 [EXE] 9 [EXE] 2013 [EXE]



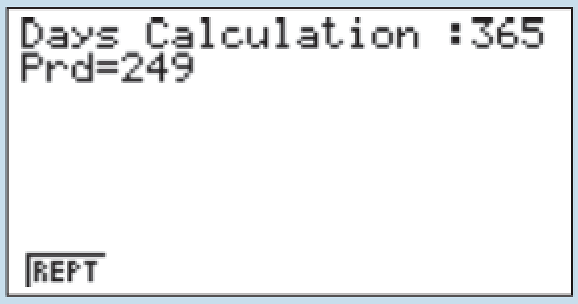






Met de instructie PRD berekenen we het aantal dagen van d1 tot d2. De afkorting PRD staat voor 'period' en betekent 'intrestperiode'.

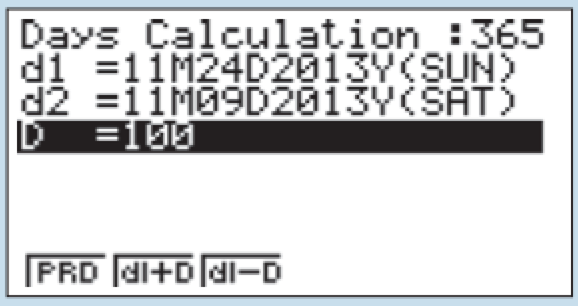
■ [F1: PRD]

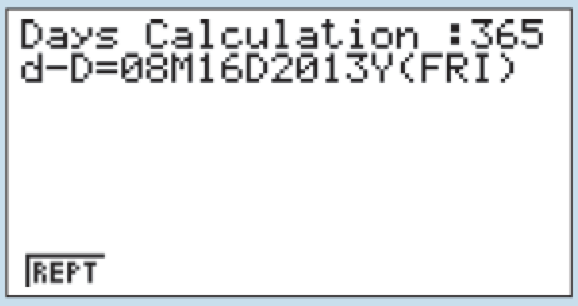


De intrestperiode van 5 maart 2013 tot 9 november 2013 telt 249 rentedagen.

Met de instructie REPT kunnen we terugkeren naar het invoerscherm en andere waarden aan de financiële variabelen d1, d2 en D toekennen.

Om de **begindatum** te berekenen van een belegging tot 24 november 2013 met een tijdsduur van 100 dagen, voeren we de einddatum in achter d1 en het aantal rentedagen achter D. Met de instructie **d1**–**D** berekenen we de begindatum.





De begindatum van de belegging is vrijdag 16 augustus 2013.

Om de **einddatum** van een belegging te berekenen, gebruiken we de instructie **d1**+**D**.

13

Controleer met ICT de rekenresultaten in voorgaande opdracht 12.

Enkelvoudige intrestberekening

14 Instap

Femke krijgt van haar rijke oom een kasbon.

kasbon			
looptijd	rentevoet	bedrag	intrest
5 jaar	2,45 %	1200 EUR	jaarlijks

1 Wat is de rentevoet van deze kasbon? ....

2 Hoeveel intrest kan Femke jaarlijks innen? ....

3 Wat is de totale intrest na 5 jaar? ....

4 Hoeveel geld zal Femke na 5 jaar van haar oom gekregen hebben?

....

Enkelvoudige intrest

Bij een kapitaal uitgezet op enkelvoudige intrest, blijft de jaarlijkse intrest **onveranderd**. De intrest wordt niet bij het kapitaal gevoegd en brengt daardoor zelf geen intrest op.



De jaarlijkse intrest berekenen we door het kapitaal te vermenigvuldigen met de rentevoet.

jaarlijkse intrest = kapitaal × rentevoet

$$\text{rentevoet} = \frac{\text{jaarlijkse intrest}}{\text{kapitaal}}$$

Het product van de jaarlijkse intrest en de beleggingstijd uitgedrukt in jaar, noemen we de **enkelvoudige intrest** of kortweg **intrest**.

intrest = kapitaal × rentevoet × beleggingstijd in jaar

Stellen we het kapitaal voor met de letter k, de rentevoet met i, de beleggingstijd in jaar met n en de intrest met de hoofdletter I, dan schrijven we:

$$I = k \cdot i \cdot n$$

Deze formule noemen we de **basisformule voor enkelvoudige intrestberekening.**

Voorbeeld

We berekenen de intrest van 1500 euro kapitaal dat gedurende 7 maanden uitstaat tegen 1,50 %.

$I = k \cdot i \cdot n$ — basisformule voor enkelvoudige intrestberekening

$I = 1500 \cdot 0{,}015 \cdot \frac{7}{12}$ — $k = 1500$ $i = 1{,}50\,\% = 0{,}015$ $n = \frac{7}{12}$

$= 13{,}125$

De intrest is 13,13 euro.

Beginwaarde en eindwaarde van een kapitaal

Een kapitaal vermeerderd met de intrest, noemen we de **eindwaarde** van een kapitaal of het **eindkapitaal**.

Stellen we de eindwaarde van een kapitaal voor met de hoofdletter K, dan schrijven we:

$$K = k + I$$

Vervangen we I door $k \cdot i \cdot n$ en zonderen we de factor k af, dan verkrijgen we de formule:

$$K = k\,(1 + i \cdot n)$$ eindwaarde van een kapitaal bij enkelvoudige intrest

Bij intrestberekeningen wordt k ook de **beginwaarde** van een kapitaal of het **beginkapitaal** genoemd.

15

Bereken de intrest.

1 $k = 232{,}40$ $i = 2{,}75\,\%$ beleggingstijd: 8 maand ➜ $n =$ ....

$I =$ ....

2 $k = 1594{,}99$ $i = 2{,}50\,\%$ beleggingstijd: 236 dagen ➜ $n =$ ....

$I =$ ....

3 $k = 158$ $i = 3\,\%$ beleggingstijd: 3 kwartalen ➜ $n =$ ....

$I =$ ....

16

Bereken de eindwaarde van het kapitaal.

1 $k = 1213{,}14$ $i = 1{,}50\ \%$ beleggingstijd: 7maand ➜ $n =$ ....

$K =$ ....

2 $k = 1797{,}23$ $i = 3{,}50\ \%$ beleggingstijd: 99 dagen ➜ $n =$ ....

$K =$ ....

3 $k = 34{,}09$ $i = 2{,}75\ \%$ beleggingstijd: 3 trimesters ➜ $n =$ ....

$K =$ ....

17

Sara heeft 10 500 euro op een spaarboekje staan met een rentevoet van 1,20 %. Met de jaarlijkse intrest gaat ze met haar echtgenoot uitgebreid dineren. Welk bedrag heeft ze na 5 jaar opgesoupeerd?

....

....

....

18

Thomas belegt 2950 euro tegen 1,85 %. Wat is de eindwaarde van deze som geld na 307 dagen?

....

....

....

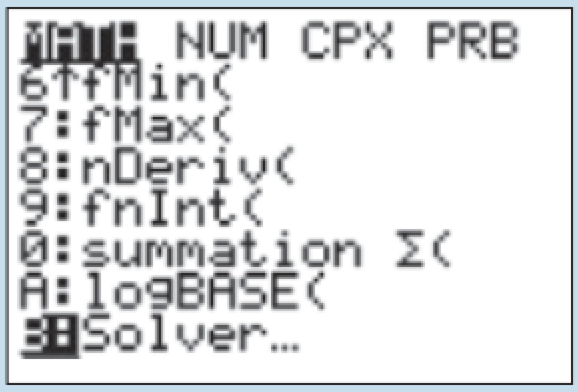
Enkelvoudige intrestberekening (1)

We berekenen de intrest van 1500 euro kapitaal dat gedurende 7 maanden uitstaat tegen 1,50 %.

TEXAS INSTRUMENTS

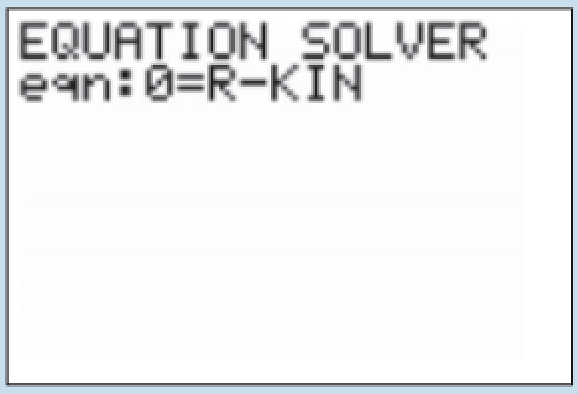
Met de toets MATH roepen we in het menu MATH de vergelijkingsoplosser Solver op.

- [MATH] [▲] [ENTER]



We voeren de formule $I = k \cdot i \cdot n$ in als een vergelijking in het getoonde vergelijkingsscherm: $0 = R - KIN$. De variabele R staat voor rente of intrest. Daarna roepen we het scherm met variabelen op.

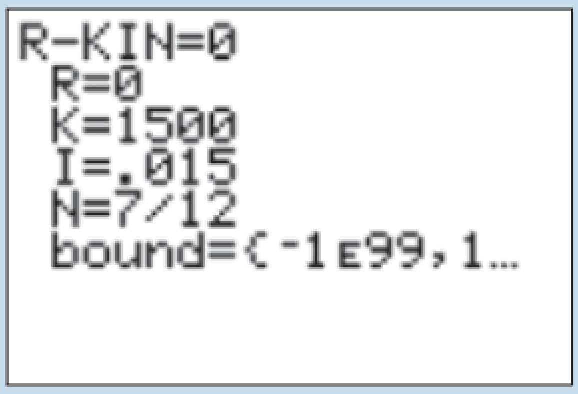
- [▲] [CLEAR] R [–] K I N [ENTER]

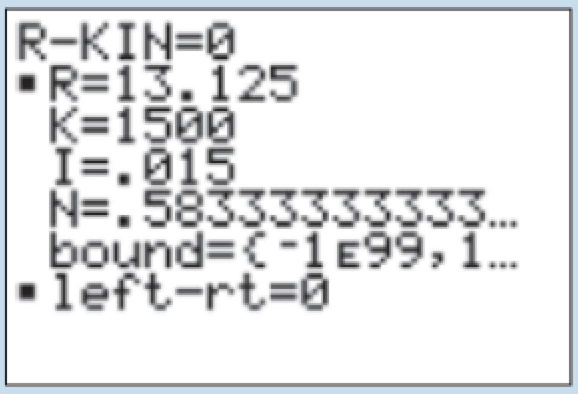


We stellen K gelijk aan 1500, I gelijk aan 0,015 en N gelijk aan $\frac{7}{12}$. De niet gekende variabele R krijgt de waarde 0.

We plaatsen de cursor bij de variabele R en berekenen de intrest.

- 0 [▼] 1500 [▼] 0,015 [▼] 7 [÷] 12 [▲: 3-maal] [ALPHA] [SOLVE]





De intrest is 13,13 euro.

Merk op

Met de vergelijking $0 = E - K(1 + IN)$ kunnen we de eindwaarde van het kapitaal berekenen.

De variabele E staat voor ‘eindkapitaal’.

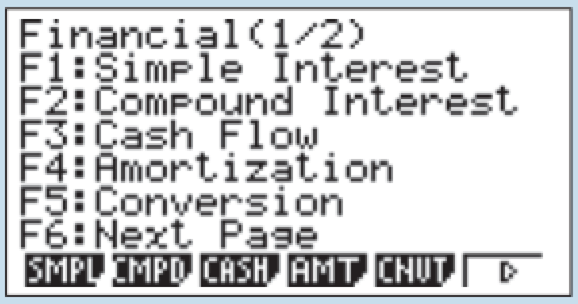
CASIO

In de modus TVM kunnen we enkelvoudige intrestberekeningen uitvoeren.

- [MENU] [A: TVM]

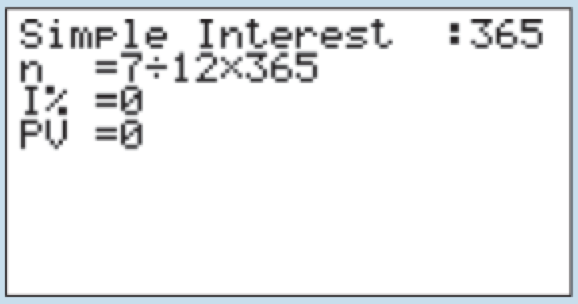
We stellen de datummodus in op 365. De tijd dat het kapitaal uitstaat, moeten we invoeren in dagen.

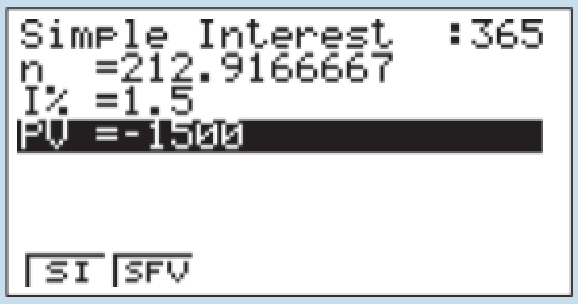
- [SHIFT] [SET UP] [▼] [F1: 365] [EXIT]



We roepen het scherm Simple Interest op en stellen n gelijk aan $\frac{7}{12} \cdot 365$, I% gelijk aan 1,5 en PV gelijk aan – 1500. De afkorting PV staat voor 'present value' en betekent 'huidige geldwaarde' (kapitaal k). We merken op dat we een uitgave, zoals een uitgezet kapitaal, invoeren als een negatief getal.

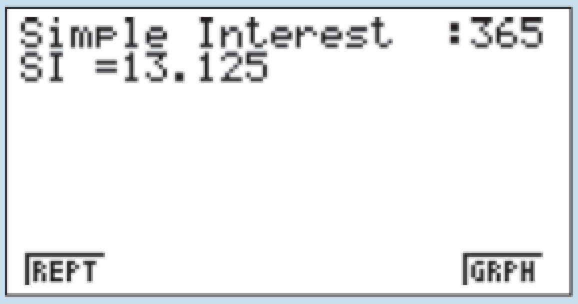
- [F1: SMPL] 7 [÷] 12 [x] 365 [EXE] 1,5 [EXE] – 1500 [EXE]





We berekenen de intrest met de financiële variabele SI die onderaan het scherm staat. De afkorting SI staat voor 'simple interest' en betekent 'enkelvoudige intrest'.

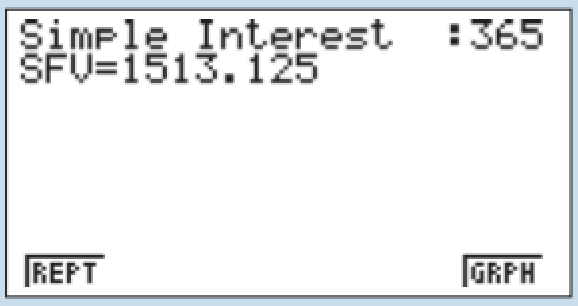
- [F1: SI]



De intrest is 13,13 euro.

Met de instructie REPT keren we terug naar het invoerscherm. De eindwaarde van het kapitaal berekenen we met de variabele SFV onderaan het invoerscherm. De afkorting SFV staat voor 'simple future value' en betekent 'toekomstige geldwaarde' (eindwaarde K bij enkelvoudige intrest).

- [F1: REPT] [F2: SFV]



De eindwaarde van het kapitaal is 1513,13 euro.

19

Controleer met ICT de rekenresultaten in de voorgaande opdrachten 15 en 16.

20

Hoeveel moet Lars terugbetalen als hij 3000 euro leent tegen 4 % en zijn totale schuld aflost na 5 maanden?

....

....

....

21

Julie zet een kapitaal van 1000 euro uit tegen 1,25 % van 18 april tot 22 juli.

1 Bereken het aantal rentedagen van deze belegging.

....

....

....

2 Bereken de eindwaarde van het belegde kapitaal.

....

....

....

Formules voor kapitaal, rentevoet en beleggingstijd

22 Instap

Uit de basisformule $I = k \cdot i \cdot n$ voor enkelvoudige intrestberekening kunnen we formules afleiden voor het berekenen van het kapitaal k, de rentevoet i en de beleggingstijd n.

1 Om de variabele k af te zonderen in een lid van de basisformule delen we beide leden door $i \cdot n$. Schrijf de afgeleide formule.

....

2 Door welk product moeten we I delen om de variabele i af te zonderen in een lid van de basisformule?

....

3 Welke variabele zonderen we af in een lid van de basisformule als we I delen door $k \cdot i$?

....

Formules voor kapitaal, rentevoet en beleggingstijd

Bij enkelvoudige intrest berekenen we het kapitaal, de rentevoet en de beleggingstijd met de formules:

$$k = \frac{I}{i \cdot n}$$

$$i = \frac{I}{k \cdot n}$$

$$n = \frac{I}{k \cdot i}$$

Voorbeelden

We berekenen het kapitaal dat uitgezet is op enkelvoudige intrest tegen 1,20 % en na 256 dagen 23,99 euro intrest opbrengt.

$$k = \frac{I}{i \cdot n}$$ **formule voor kapitaal**

$$k = \frac{23{,}99}{0{,}012 \cdot \frac{256}{365}}$$ $I = 23{,}99$ $i = 1{,}20\ \% = 0{,}012$ $n = \frac{256}{365}$

$$= 2850{,}374...$$

Het uitgezette kapitaal bedraagt 2850,37 euro.

We berekenen de rentevoet van het automatisch krediet van een zichtrekening als voor een negatief saldo van 247 euro na 89 dagen een debetintrest van 7,23 euro wordt aangerekend.

$i = \dfrac{I}{k \cdot n}$ **formule voor rentevoet**

$i = \dfrac{7{,}23}{247 \cdot \dfrac{89}{365}}$ $I = 7{,}23 \quad k = 247 \quad n = \dfrac{89}{365}$

$= 0{,}12004...$

De toegepaste rentevoet is 12 %.

We berekenen het aantal rentedagen die nodig zijn om een spaarrekening met saldo 3450 euro te laten aangroeien met 25 euro intrest tegen een rentevoet van 1,15 %.

$n = \dfrac{I}{k \cdot i}$ **formule voor beleggingstijd in jaar**

$n = \dfrac{25}{3450 \cdot 0{,}0115}$ $I = 25 \quad k = 3450 \quad i = 1{,}15\,\% = 0{,}0115$

$= 0{,}630...$

$0{,}630... \cdot 365 = 229{,}993...$ **omzetting van jaar naar dagen**

De beleggingstijd is 230 dagen.

23

Bereken het kapitaal.

1 $I = 44{,}62$ $i = 1{,}80\,\%$ beleggingstijd: 9 maand ➜ $n =$ ....

$k =$ ....

2 $I = 15{,}75$ $i = 2{,}25\,\%$ beleggingstijd: 48 dagen ➜ $n =$ ....

$k =$ ....

3 $I = 3{,}72$ $i = 2\,\%$ beleggingstijd: 3 kwartalen ➜ $n =$ ....

$k =$ ....

24

Bereken de rentevoet.

1 $I = 6{,}76$ $k = 663$ beleggingstijd: 7 maand ➜ $n =$ ....

$i =$ ....

2 $I = 14{,}95$ $k = 1270{,}50$ beleggingstijd: 148 dagen ➜ $n =$ ....

$i =$ ....

3 $I = 6$ $k = 1500$ beleggingstijd: 1 semester ➜ $n =$ ....

$i =$ ....

25

Bereken het aantal rentedagen.

1 $I = 1$ $k = 7500$ $i = 5\ \%$

$n =$ ....

aantal rentedagen = ...

2 $I = 12{,}63$ $k = 1900$ $i = 1{,}40\ \%$

$n =$ ....

aantal rentedagen = ...

3 $I = 38{,}01$ $k = 12\ 750$ $i = 2{,}25\ \%$

$n =$ ....

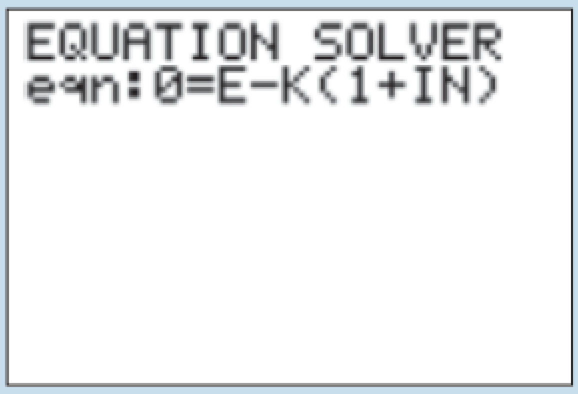
aantal rentedagen = ...

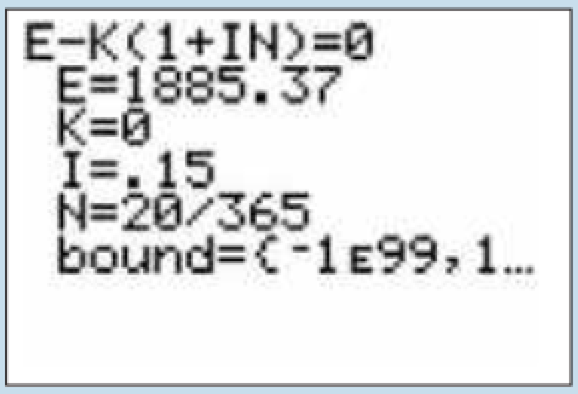
Enkelvoudige intrestberekening (2)

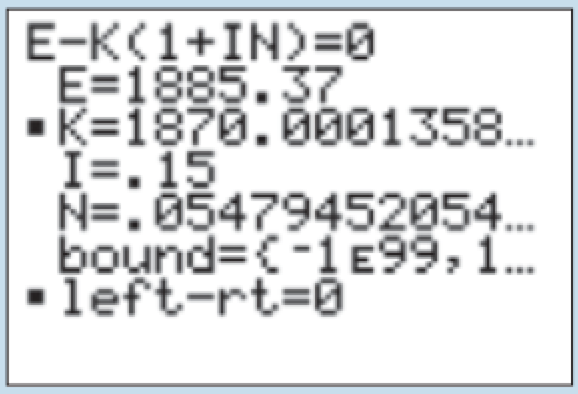
We berekenen de beginwaarde van een schuld die terugbetaalbaar is tegen 15 % en na 20 dagen aangegroeid is tot 1885,37 euro.

TEXAS INSTRUMENTS

Voor de te drukken toetsen en een uitgebreide beschrijving hoe we de vergelijkingsoplosser gebruiken om niet gekende waarden van variabelen in formules te berekenen, verwijzen we naar machinerekenen ‘Enkelvoudige intrestberekening (1)’.







De beginwaarde van de schuld was 1870 euro.

Met de opgeslagen formule kunnen we de onbekende waarde van de variabele *E*, *K*, *I* of *N* berekenen.

CASIO

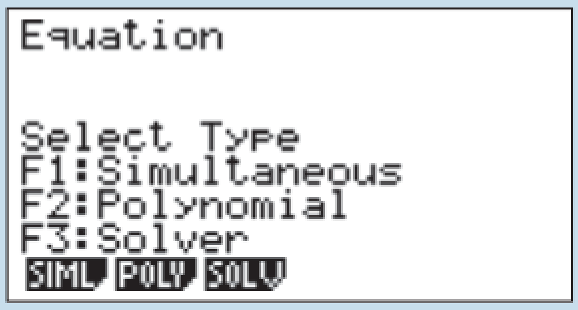
In de modus EQUA (equation = vergelijking) kunnen we formules invoeren en de niet gekende waarde van een variabele laten berekenen.

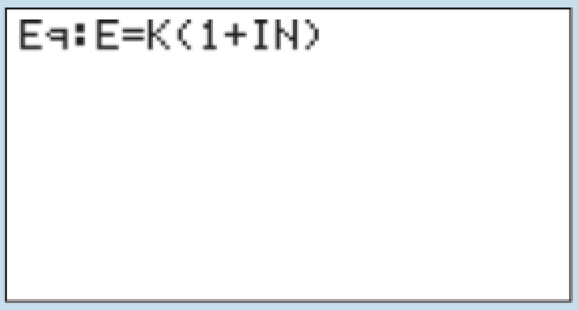
- [MENU] [8: EQUA]

In het getoonde scherm kiezen we de functie Solver om de vergelijkingsoplosser op te roepen.

We maken eerst het vergelijkingsscherm leeg. Daarna voeren we de formule $E = K(1 + IN)$ in.
De variabele *E* staat voor ‘eindkapitaal’.

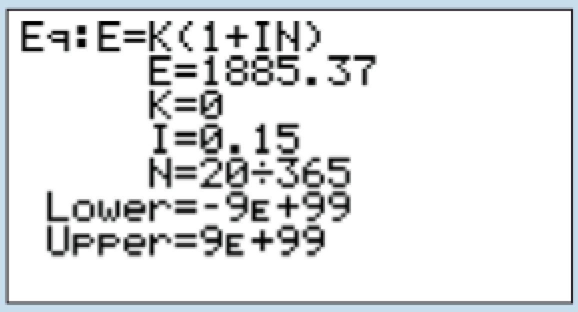
- [F3: SOLV] [F2: DEL] [F1: YES] E [SHIFT] [=] K [(] 1 [+] I N [)] [EXE]





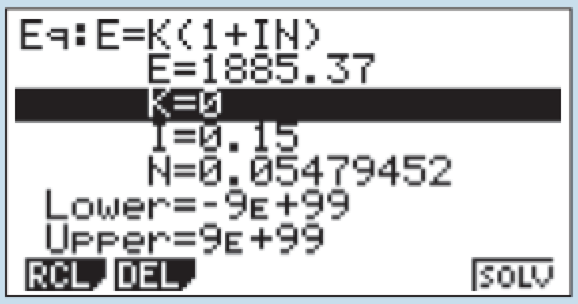
We stellen de eindwaarde *E* gelijk aan 1885,37 en *I* gelijk aan 0,15 en *N* gelijk aan $\frac{20}{365}$.
De niet gekende variabele *K* krijgt de waarde 0.

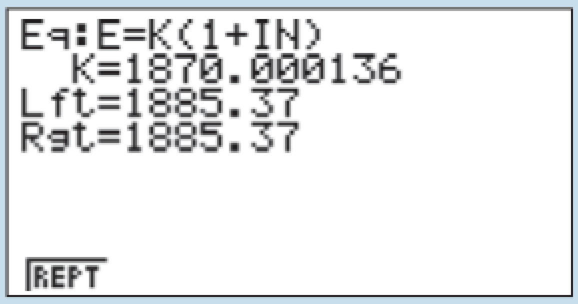
- 1885,37 [EXE] 0 [EXE] 0,15 [EXE] 20 [÷] 365



We plaatsen de cursor bij de variabele *K* en berekenen de beginwaarde van de schuld.

- [EXE] [▲: 3-maal] [F6: SOLV]





De beginwaarde van de schuld was 1870 euro.

Met de opgeslagen formule kunnen we de onbekende waarde van de variabele *E*, *K*, *I* of *N* berekenen.

26

Bereken met ICT de ontbrekende waarden in de tabel.

	beginkapitaal	rentevoet	beleggingstijd	eindkapitaal
1	10 EUR	4,50 %	10 maand	....
2	275 EUR	2,85 %	124 dagen	....
3	....	3,25 %	1 jaar	31,77 EUR
4	....	5 %	100 dagen	100 EUR
5	250 EUR	....	1 halfjaar	253,75 EUR
6	1000 EUR	....	146 dagen	1010 EUR
7	580 EUR	3,50 %	....	593,54 EUR
8	2250 EUR	2,25 %	....	2262,76 EUR

27

Welk kapitaal moet Sanne gedurende 8 maanden uitzetten tegen 2 % om een eindwaarde van 300 euro te bereiken?

....

....

....

28

Tegen welke rentevoet moet Millo een kapitaal van 240 euro uitzetten als de eindwaarde na 180 dagen 241,77 euro bedraagt?

29

Serge belegt een kapitaal van 1000 euro op 3 juli tegen 2,15 %.
Op welke datum zal dit kapitaal een eindwaarde bereiken van 1001 euro?

30

Controleer met ICT de rekenresultaten van de voorgaande opdrachten 23, 24 en 25.

Welke formule voeren we in om deze controle te doen?

Uitdagingen

Jaarlijkse intrest en rentevoet

1 De intresten van de kasbon worden jaarlijks uitgekeerd.

1. Controleer de rentevoet voor de eerste twee jaren.
2. Controleer de intrest voor de volgende jaren.

kasbon 5 jaar: 1200 EUR		
jaar	rentevoet	intrest
1e jaar	1,50 %	18 EUR
2e jaar	1,75 %	21 EUR
3e jaar	2,10 %	25,20 EUR
4e jaar	2,35 %	28,20 EUR
5e jaar	2,60 %	31,20 EUR

2 Anton heeft 1500 euro op een spaarboekje staan met een rentevoet van 1,80 %. Hij heeft dringend 300 euro van zijn spaargeld nodig. Omdat hij op het eind van het jaar evenveel intrest wil krijgen, is hij op zoek naar een andere bank. Wat moet de rentevoet van het spaarboekje in de nieuwe bank zijn?

Rentedagen

3 Bereken met de jaarkalender het aantal rentedagen dat een kapitaal uitstaat

1. van 1 januari 2013 tot 30 juni 2013.
2. van 1 januari 2014 tot 31 december 2014.
3. van 1 januari 2016 tot 31 december 2016.
4. van 25 augustus 2017 tot 12 december 2019.

▶ Enkelvoudige intrestberekening

4 Wim koopt een nieuw appartement voor 200 000 euro. De jaarlijkse onderhoudskosten bedragen 1400 euro. Bereken de verhuurprijs van dit appartement, om het geïnvesteerde kapitaal 5 % per jaar te laten opbrengen.

5 Isa zet een kapitaal van 12 000 euro uit op 5 maart waarvan een vierde deel tot 16 september tegen 1 %, een vijfde deel tot 25 oktober tegen 1,25 % en de rest tot 28 december tegen 1,50 %. Hoeveel intrest brengt dit kapitaal op?

6 Bram koopt 6 are bouwgrond aan 150 euro/m^2. Omdat hij slechts twee derde contant kan betalen, leent hij bij zijn ouders de rest tegen 2 %. Hoeveel moet Bram na 3 jaar terugbetalen aan zijn ouders?

▶ Formules voor kapitaal, rentevoet en beleggingstijd

7 Emma wil een nieuwe slaapkamer kopen. Welk kapitaal moet ze beleggen tegen 1,75 % op 11 november om op 30 januari van het volgende jaar over 5000 euro te beschikken?

8 Een handelaar heeft dringend geld nodig. Hij leent op 1 augustus een kapitaal aan 3 %. Drie maand later betaalt hij 25 189,04 euro kapitaal en intresten terug. Hoeveel leende de handelaar?

9 Tim wil een tweedehands auto kopen en leent daarvoor 3000 euro van Stijn. Na 93 dagen betaalt hij 3034,40 euro terug. Bepaal de rentevoet.

10 Ruben belegt een kapitaal tegen 3 %. Na 5 jaar vraagt hij de helft van het belegde kapitaal op. Deze handeling voert hij ook na het 6e en het 7e jaar uit. De totale intrest en het nog uitstaande kapitaal bedragen nu samen 1056,25 euro. Hoeveel belegde Ruben?

1.2 Samengestelde intrest

▶ Samengestelde intrestberekening

1 Instap

Anthony bezit een kapitalisatiebon.

BNP PARIBAS FORTIS

kapitalisatiebon			
looptijd	bedrag	rentevoet	totale intrest
6 jaar	2500 EUR	1,80 %	282,45 EUR

1 Zoek op het internet de betekenis van een kapitalisatiebon.

....

....

....

2 Wat is de totale intrest na 6 jaar als Anthony de intrest elk jaar zou kunnen laten uitbetalen?

....

....

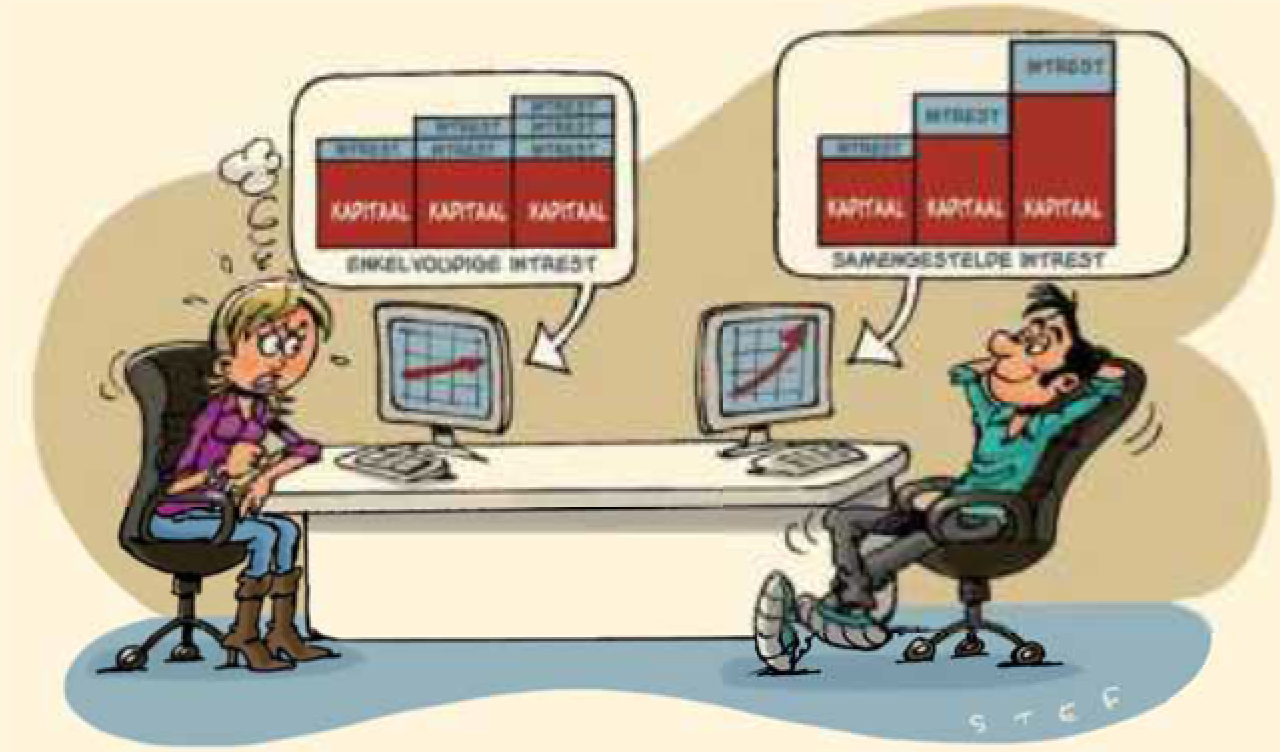
3 Hoeveel intrest ontvangt Anthony meer als ze de intrest pas na 6 jaar laat uitbetalen?

....



Samengestelde intrest

Bij een kapitaal uitgezet op samengestelde intrest, zal de jaarlijkse intrest **aangroeien** omdat op het einde van elk jaar de intresten van de voorgaande jaren zelf intrest opbrengen.
Dit noemen we **kapitalisatie** van de intrest.



Een kapitaal k staat gedurende n jaar uit op samengestelde intrest tegen een rentevoet i.
We berekenen het eindkapitaal K na n jaar.

Eindwaarde na 1 jaar: $K = k + k \cdot i = k\,(1 + i)$

Eindwaarde na 2 jaar: $K = k\,(1 + i) \cdot (1 + i) = k\,(1 + i)^2$

Eindwaarde na 3 jaar: $K = k\,(1 + i)^2 \cdot (1 + i) = k\,(1 + i)^3$

...

Eindwaarde na n jaar: $\mathbf{K = k\,(1 + i)^n}$

Deze formule noemen we de **basisformule voor samengestelde intrestberekening.**

De eindwaarde van een kapitaal uitgezet op samengestelde intrest verminderd met het kapitaal zelf, noemen we de **samengestelde intrest** of de **gekapitaliseerde intrest**:

$\mathbf{I = K - k}$ **samengestelde intrest**

Voorbeeld

We berekenen de eindwaarde en de intrest van 3100 euro kapitaal dat gedurende 6 jaar uitstaat op samengestelde intrest tegen 1,65 %.

$K = k\,(1 + i)^n$ **basisformule voor samengestelde intrestberekening**

$K = 3100\,(1 + 0{,}0165)^6$ **$k = 3100$ $i = 1{,}65\ \% = 0{,}0165$ $n = 6$**

$= 3419{,}841...$

De eindwaarde van het kapitaal is 3419,84 euro.

$I = K - k$ **samengestelde intest**

$I = 3419{,}84 - 3100$ **$K = 3419{,}84$ $k = 3100$**

$= 319{,}84$

De intrest is 319,84 euro.

2

Bepaal de eindwaarde van een kapitaal van 1400 euro dat gedurende 8 jaar op samengestelde intrest uitstaat tegen 3 %.

3

Een kapitaal van 3125 euro staat gedurende 12 jaar uit op samengestelde intrest tegen 3,15 %.
Bepaal de intrest.

4

Sarah belegt 50 euro gedurende 5 jaar op samengestelde intrest tegen 2,40 %.
Hoeveel intrest ontvangt Sarah voor de laatste 2 jaar?

5

Rob wint met de lotto 87 500 euro. Gedurende 6 jaar belegt hij op samengestelde intrest 85 % van het bedrag tegen 1,75 % en de overige 15 % tegen 2 %. Welk bedrag heeft Rob na 6 jaar?

Rentevoeten per periode verschillend van het jaar

De basisformule voor samengestelde intrestberekening geldt ook als de intrest gekapitaliseerd wordt per maand, per trimester of per semester.

Om een onderscheid te maken tussen de jaarlijkse rentevoet i en de rentevoet per maand, per trimester en per semester voeren we de volgende notaties in:

i_2 : rentevoet per semester — **2 semesters in een jaar**

i_4 : rentevoet per trimester — **4 trimesters in een jaar**

i_{12} : rentevoet per maand — **12 maanden in een jaar**

Voor rentevoeten per maand, per trimester en per semester, vervangen we in de formule de jaarlijkse rentevoet i door i_2, i_4 en i_{12} en drukken we de beleggingstijd n uit in de periode vermeld bij de rentevoet.

$K = k(1 + i_{12})^n$ — **i_{12}: rentevoet per maand** — **n in maanden**

$K = k(1 + i_4)^n$ — **i_4 : rentevoet per trimester** — **n in trimesters**

$K = k(1 + i_2)^n$ — **i_2 : rentevoet per semester** — **n in semesters**

Voorbeeld

We berekenen de eindwaarde van 4800 euro kapitaal dat gedurende 5 jaar uitstaat op samengestelde intrest tegen 0,25 % per maand.

$K = k(1 + i_{12})^n$ — **basisformule voor samengestelde intrestberekening**

$K = 4800\,(1 + 0{,}0025)^{60}$ — **$k = 4800$ $i_{12} = 0{,}25\,\% = 0{,}0025$ $n = 5 \cdot 12 = 60$**

$= 5575{,}760...$

De eindwaarde van het kapitaal bedraagt 5575,76 euro.

6

Tot welk bedrag groeit 10 000 euro aan als dit kapitaal gedurende 4 jaar wordt uitgezet op samengestelde intrest tegen 1,5 % per semester?

7

Bereken de eindwaarde van het kapitaal dat uitstaat op samengestelde intrest.

1 $k = 654{,}74$ $i_4 = 0{,}90\ \%$ beleggingstijd: 7 trimesters ➜ $n =$ ....

$K =$ ....

2 $k = 2519$ $i_{12} = 0{,}23\ \%$ beleggingstijd: 17 maanden ➜ $n =$ ....

$K =$ ....

3 $k = 5100$ $i_4 = 0{,}70\ \%$ beleggingstijd: 5 kwartalen ➜ $n =$ ....

$K =$ ....

4 $k = 2800$ $i_2 = 1{,}23\ \%$ beleggingstijd: 6 semesters ➜ $n =$ ....

$K =$ ....

Samengestelde intrestberekening (1)

We berekenen de eindwaarde van 5000 euro kapitaal dat gedurende 2 jaar uitstaat op samengestelde intrest

- **tegen 1,65 %;**
- **tegen 0,25 % per maand.**

TEXAS INSTRUMENTS

Met de toets APPS roepen we de toepassing Finance op.

■ [APPS] [1: Finance]

In het financieel rekenmenu CALC kiezen we de optie TVM-Solver om de eindwaarde van een kapitaal uitgezet op samengestelde intrest te berekenen. De afkorting TVM staat voor 'Time Value of Money' en betekent 'geldwaarde in functie van de tijd'.

Bij samengestelde intrestberekening maken we enkel gebruik van de variabelen

aantal perioden n →	**N**	← number
rentevoet i →	**I%**	← intrest rate
beginkapitaal k →	**PV**	← present value
eindwaarde K →	**FV**	← future value

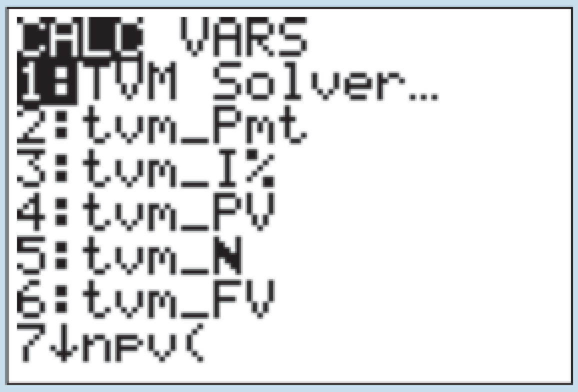
Om de eindwaarde te berekenen van 5000 euro dat gedurende 2 jaar uitstaat op samengestelde intrest tegen 1,65 %, stellen we N gelijk aan 2, I% gelijk aan 1,65 en PV gelijk aan -5000. We merken op dat we een uitgave, zoals een uitgezet kapitaal, invoeren als een negatief getal.

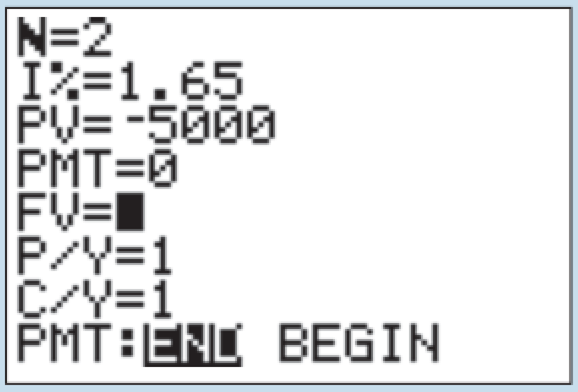
Bij samengestelde intrestberekening geven we de overige variabelen altijd de volgende waarden: PMT = 0, P/Y = 1, C/Y =1. De betekenis van deze variabelen wordt toegelicht in het hoofdstuk annuïteiten. Door P/Y gelijk te stellen aan 1, kunnen we voor I% ook een periodieke rentevoet invoeren.

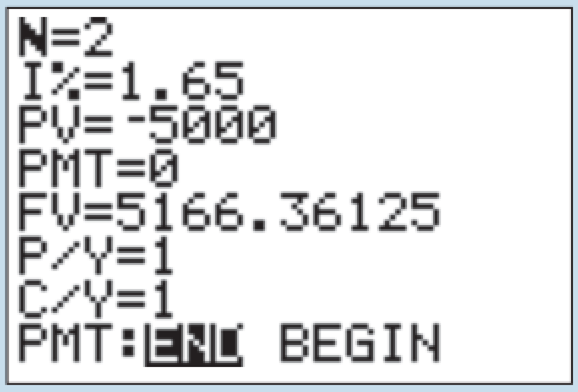
- [1: TVMSolver] 2 [▼] 1,65 [▼] – 5000 [▼] 0

We plaatsen de cursor bij de onbekende variabele FV en berekenen de eindwaarde van het kapitaal. De berekende variabele FV wordt aangeduid met een vol vierkantje.

- [▼] [ALPHA] [SOLVE]



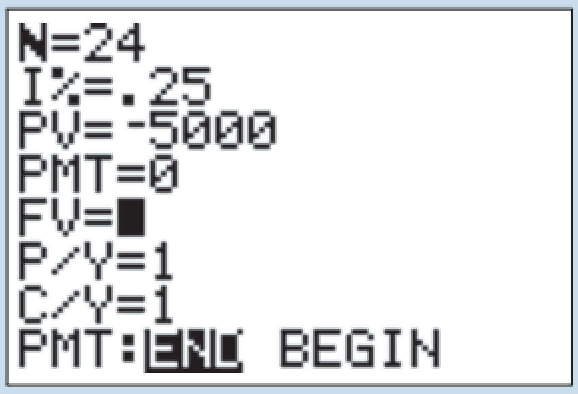


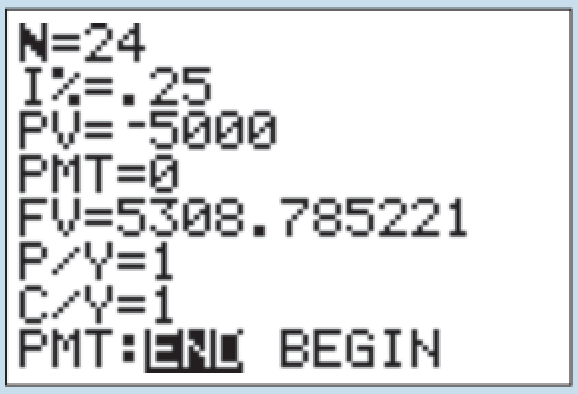


De eindwaarde van het kapitaal is 5166,36 euro.

We berekenen de eindwaarde van 5000 euro dat gedurende 2 jaar uitstaat op samengestelde intrest tegen 0,25 % per maand.

We drukken de beleggingstijd uit in de periode vermeld bij de rentevoet. Bijgevolg stellen we N gelijk aan 24 en I% aan 0,25.





De eindwaarde van het kapitaal is 5308,79 euro.



CASIO

In de financiële modus TVM kunnen we berekeningen over samengestelde intrest uitvoeren.

■ [MENU] [A: TVM]

We roepen het scherm Compound Interest op. 'Compound Interest' staat voor 'Samengestelde intrest'.

Bij samengestelde intrestberekening maken we enkel gebruik van de variabelen

aantal perioden n →	**n**	← number
rentevoet i →	**I%**	← intrest rate
beginkapitaal k →	**PV**	← present value
eindwaarde K →	**FV**	← future value

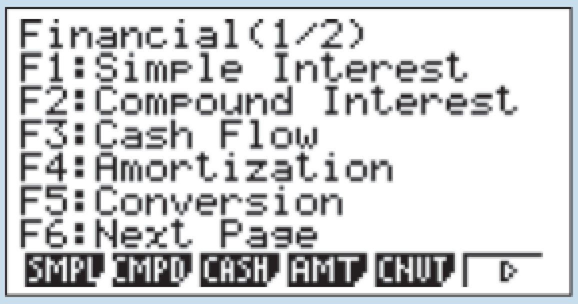
Om de eindwaarde te berekenen van 5000 euro dat gedurende 2 jaar uitstaat op samengestelde intrest tegen 1,65 %, stellen we n gelijk aan 2, I% gelijk aan 1,65 en PV gelijk aan -5000. We merken op dat we een uitgave, zoals een uitgezet kapitaal, invoeren als een negatief getal.

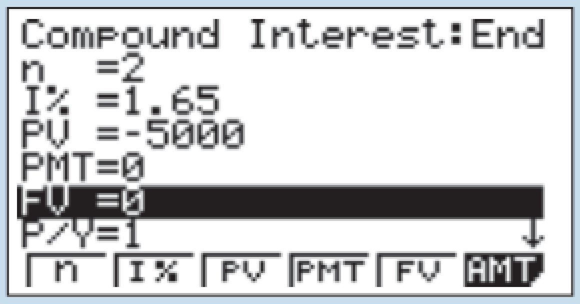
Bij samengestelde intrestberekening geven we de overige variabelen altijd de volgende waarden: PMT = 0, P/Y = 1, C/Y =1. De betekenis van deze variabelen wordt toegelicht in het hoofdstuk annuïteiten. Door P/Y gelijk te stellen aan 1, kunnen we voor I% ook een periodieke rentevoet invoeren.

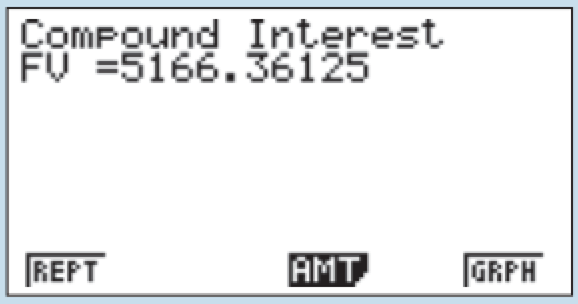
■ [F2: CMPD] 2 [EXE] 1,65 [EXE] – 5000 [EXE] 0

We berekenen de eindwaarde met de variabele FV onderaan het scherm.

■ [F5: FV]



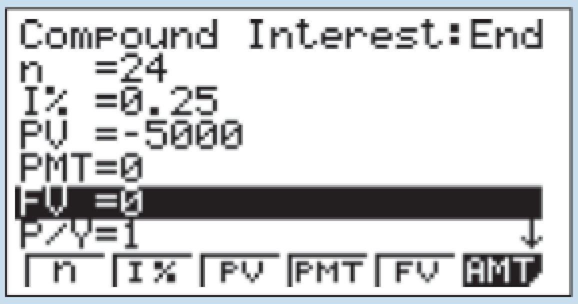


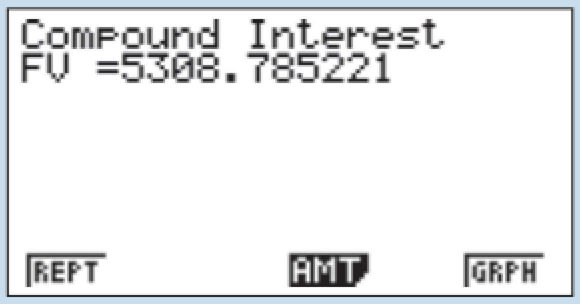


De eindwaarde van het kapitaal is 5166,36 euro.

We berekenen de eindwaarde van 5000 euro dat gedurende 2 jaar uitstaat op samengestelde intrest tegen 0,25 % per maand.

We drukken de beleggingstijd uit in de periode vermeld bij de rentevoet. Bijgevolg stellen we n gelijk aan 24 en I% aan 0,25.





De eindwaarde van het kapitaal is 5308,79 euro.

8

Controleer met ICT de rekenresultaten in de voorgaande opdrachten 2 tot 7.

9

Een kapitaal van 1000 euro wordt uitgezet tegen een rentevoet van 1,50 %.

1 Bereken voor elke beleggingstijd de eindwaarden van het kapitaal met enkelvoudige en met samengestelde intrestberekening.

beleggingstijd	enkelvoudige intrestberekening	samengestelde intrestberekening
1 maand	....	....
6 maand	....	....
1 jaar	....	....
5 jaar	....	....
10 jaar	....	....

2 Vergelijk voor elke beleggingstijd de verschillen tussen de eindwaarden van het kapitaal. Wat stellen we vast?

....

....

....

....

....



Formules voor beginkapitaal en rentevoet

10 Instap

Uit de basisformule $K = k\,(1+i)^n$ voor samengestelde intrestberekening kunnen we formules afleiden voor het berekenen van de beginwaarde van het kapitaal, de rentevoet en de beleggingstijd.

1 Om de beginwaarde van het kapitaal of de variabele k af te zonderen in een lid van de basisformule

- delen we beide leden door $(1+i)^n$: ....

2 Om de rentevoet of de variabele i af te zonderen in een lid van de basisformule

- delen we beide leden door k : ....
- trekken we de positieve n-de machtswortel uit beide leden : ....
- verminderen we beide leden met 1 : ....

Formules voor beginkapitaal en rentevoet

Bij samengestelde intrest kunnen we de beginwaarde van het kapitaal en de rentevoet berekenen met de volgende formules:

$$k = \frac{K}{(1+i)^n} \qquad i = \sqrt[n]{\frac{K}{k}} - 1$$

Voor rentevoeten per maand, per trimester en per semester vervangen we in de formules de jaarlijkse rentevoet i door i_{12}, i_4 en i_2. De beleggingstijd n wordt dan uitgedrukt in de periode vermeld bij de rentevoet.

Voorbeelden

We berekenen de beginwaarde van een kapitaal dat uitgezet is op samengestelde intrest tegen 3,85 % gedurende 6 jaar en waarvan de eindwaarde 9408,07 euro bedraagt.

$$k = \frac{K}{(1+i)^n}$$ formule voor beginwaarde van kapitaal

$$k = \frac{9408{,}07}{(1+0{,}0385)^6}$$ $k = 9408{,}07$ $i = 3{,}85\ \% = 0{,}0385$ $n = 6$

$= 7500{,}004...$

Het te beleggen kapitaal bedraagt 7500 euro.

We berekenen de rentevoet van een kasbon waarvan de aankoopwaarde 900 euro bedraagt en die na 5 jaar door jaarlijkse kapitalisatie aangroeit tot 1129,64 euro.

$i = \sqrt[n]{\frac{K}{k}} - 1$ formule voor rentevoet

$i = \sqrt[5]{\frac{1129,64}{900}} - 1$ $K = 1129,64$ $k = 900$ $n = 5$

$= 0,04650...$

De rentevoet van de kasbon is 4,65 %.

11

Bepaal voor elke afgebeelde kapitalisatiebon de ontbrekende financiële variabele.

Deutsche Bank

	looptijd	bedrag	rentevoet	eindwaarde
1	2 jaar	3450 EUR	0,60 %	....
2	3 jaar	500 EUR	....	512,10 EUR
3	5 jaar	....	1,40 %	911,19 EUR

....

....

....

12

Meneer Janssens wil over 14 jaar als hij met pensioen gaat 25 000 euro op zijn spaarrekening hebben. Welk bedrag moet hij nu storten als zijn bank hem een rentevoet van 1,20 % geeft?

....

....

13

Kim zet een kapitaal van 17 500 euro uit op samengestelde intrest. Na 7 jaar bedraagt de intrest 4391,14 euro. Bereken de rentevoet.

14

Een vader wil een bedrag van 2500 euro aan zijn zoon geven voor zijn 18e verjaardag. Welk kapitaal heeft hij bij de geboorte van zijn zoon moeten uitzetten op samengestelde intrest tegen 2 %?

15

Mevrouw Vanderneffe stortte 5 jaar geleden 10 000 euro op haar spaarrekening. Nu op 1 januari bedraagt het saldo van haar rekening 12 021 euro. Tegen welke rentevoet belegde mevrouw Vanderneffe tijdens de afgelopen 5 jaar?



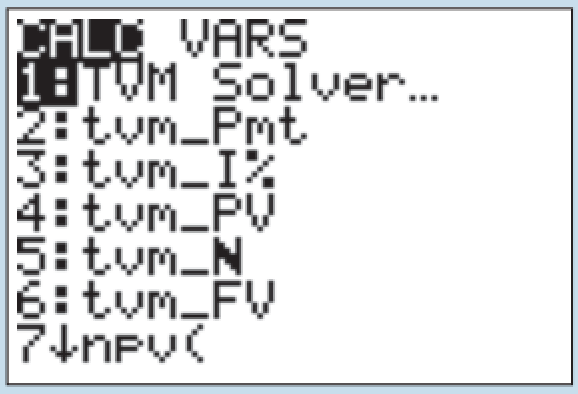
Samengestelde intrestberekening (2)

We berekenen de rentevoet van een kapitalisatiebon waarvan de aankoopwaarde 1000 euro bedraagt en die na 5 jaar aangroeit tot 1104,09 euro.

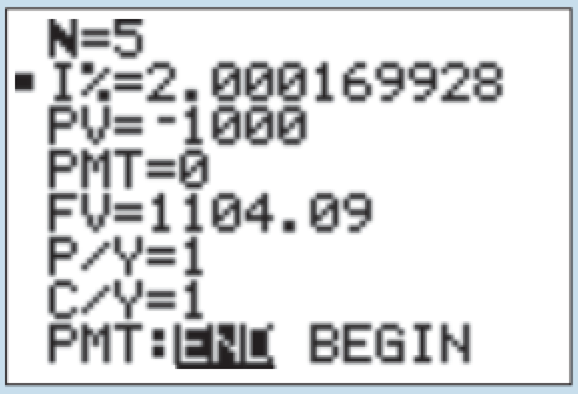
Voor de te drukken toetsen en de bijbehorende beschrijving verwijzen we naar machinerekenen 'Samengestelde intrestberekening (1)'.

TEXAS INSTRUMENTS

In de TVM Solver stellen we N, PV en FV gelijk aan de gegeven waarden en berekenen de onbekende waarde van I%.



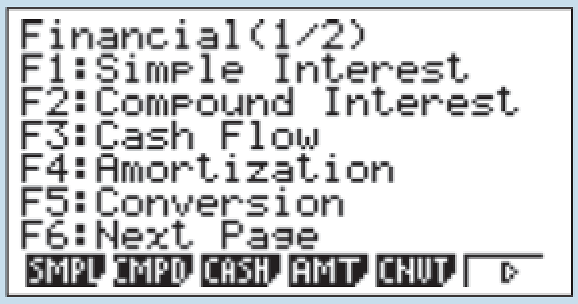


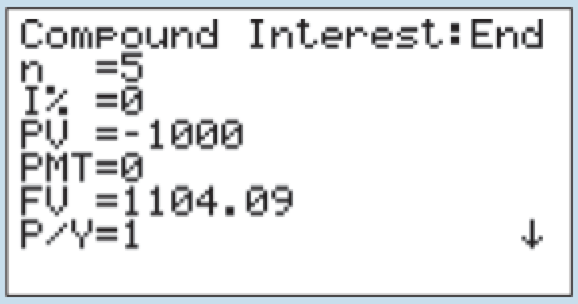


De rentevoet van de kasbon is 2 %.

CASIO

In het scherm Compound Interest stellen we n, PV en FV gelijk aan de gegeven waarden en berekenen de onbekende waarde van I%.







De rentevoet van de kasbon is 2 %.

16

Controleer met ICT de rekenresultaten in de voorgaande opdrachten 11 tot 15.

17

Bea wint 50 000 euro met de lotto. Tegen welke rentevoet op samengestelde intrest moet ze deze som beleggen zodat ze om de vijf jaar van de intrest een auto ter waarde van 12 500 euro kan kopen?

18

Vul de tabel in met ICT. De kapitalen zijn uitgezet op samengestelde intrest.

	kapitaal	rentevoet	tijd	eindkapitaal	intrest
1	....	4,25 %	3 jaar	1133,00	....
2	500,00	....	6 jaar	618,20	....
3	75 000,00	10 %	14 jaar	....	....
4	....	....	2 jaar	210,59	10,59
5	2,50	....	1 jaar	....	0,11
6	....	0,50 % per maand	6 maand	1803,16	....
7	....	2 % per halfjaar	3 jaar	2323,23	....
8	2005,83	.... % per maand	1 semester	2060,60	....

19

Welk bedrag moest Koning Leopold I begin 1831 uitzetten op samengestelde intrest tegen 4 %, om eind 2013 een staatsschuld van ongeveer 357 miljard euro te kunnen vereffenen?

....

....

....

20

Een kapitaal bereikt na 5 jaar een eindwaarde van 269,32 euro. Eén jaar later is de eindwaarde 273,36 euro. Wat is dit kapitaal en tegen welke rentevoet is het uitgezet op samengestelde intrest?

....

....

....

....

....

▶ Gelijkwaardige rentevoeten

21 Instap

We beleggen een kapitaal van 5000 euro op samengestelde intrest gedurende 3 jaar.
We kunnen kiezen tussen twee rentevoeten: 2 % per jaar of 0,50 % per trimester.



1 Hoeveel perioden telt een beleggingstijd van 3 jaar bij een rentevoet van 2 %?

....

2 En hoeveel perioden telt deze beleggingstijd bij een rentevoet van 0,50 % per trimester?

....

3 Bereken de eindwaarde van het kapitaal voor elke rentevoet.

....

2 % per jaar	0,50 % per trimester
aantal perioden: $n = 3$	aantal perioden: $n = 12$
0 1 2 3 jaar	0 1 2 3 jaar
$k = 5000$ $K =$	$k = 5000$ $K =$ ....

4 Zijn de eindwaarden van het kapitaal gelijk? ....

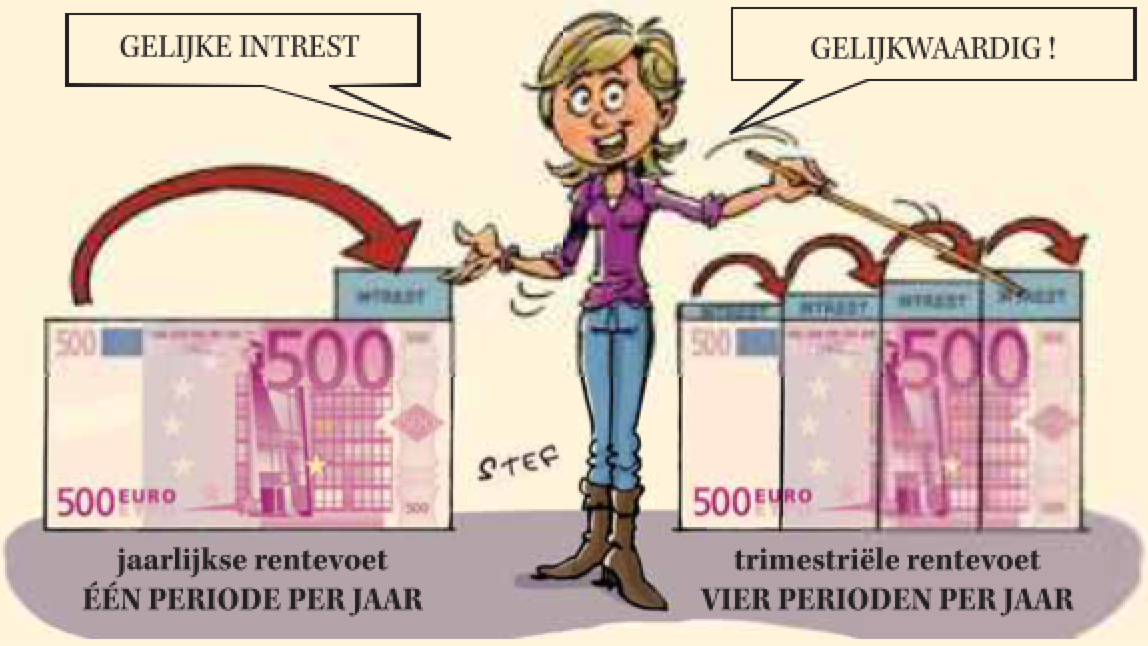
5 Welke rentevoet geeft de hoogste intrest? ....

6 We beleggen 5000 euro op samengestelde intrest gedurende 3 jaar tegen de volgende rentevoeten. Zet een vinkje in het vakje bij de rentevoet die de hoogste intrest oplevert.

☐ 1,5 % per semester ☐ 0,75 % per trimester ☐ 0,25 % per maand

Gelijkwaardige rentevoeten

Rentevoeten die betrekking hebben op verschillende perioden, noemen we **gelijkwaardig** als de eindwaarden van een kapitaal uitgezet op samengestelde intrest tegen deze rentevoeten na één jaar gelijk zijn.



De eindwaarden van een kapitaal van 500 euro uitgezet op samengestelde intrest gedurende 1 jaar tegen de jaarlijkse rentevoet i en tegen de trimestriële rentevoet i_4 berekenen we als volgt:

$$K = 500\,(1+i)^1 \qquad \text{en} \qquad K = 500\,(1+i_4)^4$$

Als de eindwaarden gelijk zijn, dan zijn de rentevoeten i en i_4 gelijkwaardig:

$$500\,(1+i)^1 = 500\,(1+i_4)^4$$
$$1+i = (1+i_4)^4$$

Algemeen gelden de volgende **formules voor gelijkwaardige rentevoeten**:

$$\mathbf{1+i=(1+i_2)^2=(1+i_4)^4=(1+i_{12})^{12}}$$

- i : jaarlijkse rentevoet
- i_2 : semestriële rentevoet
- i_4 : trimestriële rentevoet
- i_{12}: maandelijkse rentevoet

De jaarlijkse rentevoet i die gelijkwaardig is met i_2, i_4 of i_{12} noemen we de **reële rentevoet**.

Voorbeeld

We berekenen de reële rentevoet van de trimestriële rentevoet 0,75 %.

$1+i=(1+i_4)^4$ — formule voor gelijkwaardige rentevoeten

$i=(1+i_4)^4-1$

$i=(1+0{,}0075)^4-1$ — $i_4 = 0{,}75\ \% = 0{,}0075$

$\;=0{,}030339...$

De reële rentevoet is 3,03 %.

Merk op

Als we een periodieke rentevoet vermenigvuldigen met het aantal perioden in één jaar, dan verkrijgen we een benaderde jaarlijkse rentevoet die weinig verschilt van de reële rentevoet.

Voor de trimestriële rentevoet 0,75 % is de benaderde jaarlijkse rentevoet: $0{,}75\ \% \cdot 4 = 3\ \%$.

22

We kunnen 1000 euro gedurende 1 jaar beleggen op samengestelde intrest tegen 3 % per jaar, 1,5 % per semester, 0,75 % per trimester of 0,25 % per maand.
Bereken de eindwaarde van dit kapitaal voor elke rentevoet.
Zijn deze rentevoeten onderling gelijkwaardig?

23

Bereken de jaarlijkse rentevoet die gelijkwaardig is met

1 1,55 % per semester.

2 0,85 % per trimester.



3 0,25 % per maand.

24

Als de jaarlijkse rentevoet 1,85 % bedraagt, bepaal dan de gelijkwaardige semestriële, trimestriële en maandelijkse rentevoet.

25

Als de semestriële rentevoet 1,40 % is, bepaal dan de gelijkwaardige trimestriële en maandelijkse rentevoet.

Uitdagingen

Samengestelde intrestberekening

1 Sonja zet gedurende 5 jaar een kapitaal van 20 000 euro uit op samengestelde intrest waarvan een vierde tegen 2 % per jaar en drie vierde tegen 0,50 % per kwartaal. Hoeveel intrest ontvangt Sonja?

2 Amber belegt 2000 euro gedurende 15 jaar en 6 maanden: de eerste 5 jaar tegen 2,50 %, de volgende 6 jaar tegen 3 % en de rest van de tijd tegen 3,50 %. Bepaal de eindwaarde van het kapitaal:

1. als het kapitaal uitgezet is op samengestelde intrest gedurende de ganse periode.
2. als het kapitaal gedurende 15 jaar uitgezet is op samengestelde intrest en de laatste 6 maanden op enkelvoudige intrest.

3 Een rentenier belegt zijn kapitaal op samengestelde intrest tegen 0,50 % per maand. Hij int jaarlijks een rente van 61 677,81 euro. Welk kapitaal heeft de rentenier uitgezet?

Formules voor beginkapitaal en rentevoet

4 Bij welke rentevoet is een kapitaal verdubbeld na respectievelijk 5 jaar, 10 jaar, 15 jaar, … , 35 jaar, 40 jaar?

5 We beleggen 25 000 euro op samengestelde intrest gedurende 10 jaar. De eerste 6 jaar genieten we van een rentevoet van 2,80 %. Bepaal de rentevoet van de laatste 4 jaar als de eindwaarde 33 208,37 euro is.

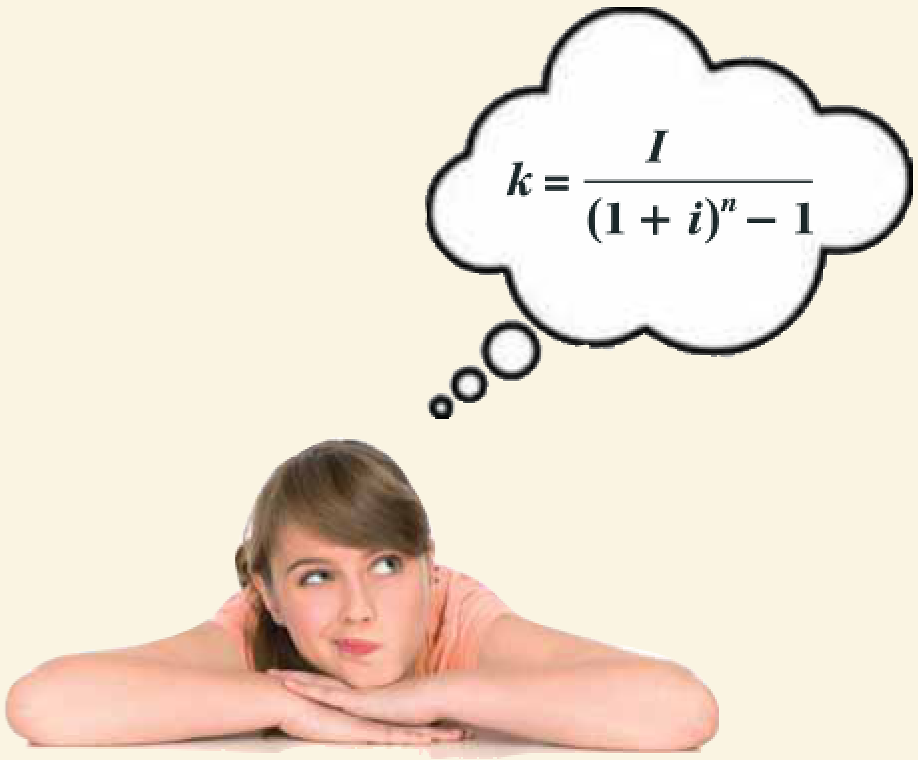
6 Tegen welke jaarlijkse rentevoet wordt een kapitaal de helft groter als het gedurende 20 jaar op samengestelde intrest uitstaat?

7 Een gemeente heeft drie schulden: 25 000 euro, 56 250 euro en 43 750 euro met een respectievelijke looptijd van 3, 5 en 8 jaar. De schulden staan uit op samengestelde intrest tegen 3,85 %. Men wil deze drie schulden door één enkele vervangen. De rentevoet blijft ongewijzigd. Bereken de grootte van de schuld met een eenmalige betaling na 4 jaar.

8 Vijf jaar geleden leende Milan 2000 euro van Anna, drie jaar geleden 1000 euro en vorig jaar 500 euro. Vandaag betaalt Milan 4235 euro terug om zijn schuld te vereffenen. Wat is de aangerekende rentevoet als de geleende bedragen samengestelde intrest opbrengen?

9 Gegeven is de formule $k = \dfrac{K}{(1+i)^n}$ voor het berekenen van het beginkapitaal bij samengestelde intrest.

Leid uit deze formule een formule af voor het berekenen van het kapitaal in functie van de samengestelde intrest I en de rentevoet i. Vervang eerst K door $k + I$ en zonder daarna k af in een lid van de formule.



Bereken met deze formule het kapitaal voor de volgende gegevens.

1. $I = 2$ $i = 2$ % beleggingstijd: 2 jaar
2. $I = 10$ $i = 1{,}80$ % beleggingstijd: 15 maanden

▶ Gelijkwaardige rentevoeten

10 Als de maandelijkse rentevoet 0,40 % is, bepaal dan de gelijkwaardige trimestriële en semestriële rentevoet.

11 Een kapitaal van 2500 euro wordt gedurende 8 jaar belegd op samengestelde intrest tegen een jaarlijkse rentevoet van 1,85 %.

1. Bereken de eindwaarde van dit kapitaal met de gelijkwaardige semestriële rentevoet.
2. Schrijf de semestriële rentevoet met zo weinig mogelijk decimalen zodat de eindwaarden berekend met de semestriële rentevoet en de jaarlijkse rentevoet gelijk zijn.

12 Een kapitaal van 3500 euro staat uit op samengestelde intrest tegen 4 % gedurende 5 jaar.

1. Bereken de eindwaarde van het kapitaal.
2. Bereken de eindwaarde van het kapitaal met de gelijkwaardige maandelijkse rentevoet die afgerond is op 6 decimalen.
3. Op hoeveel decimalen moeten we de maandelijkse rentevoet minstens afronden zodat de eindwaarden berekend met de jaarlijkse rentevoet en de maandelijkse rentevoet gelijk zouden zijn?

2

Toepassingen van intrestberekening

De bank is voor de meeste mensen een schakel tussen inkomsten en uitgaven. Allerlei producten en diensten worden door financiële instellingen aan het publiek aangeboden.

- Alle inkomsten zoals wedden, vakantiegelden, pensioenen en opbrengsten kunnen we op een zichtrekening storten. Ook alle uitgaven zoals betalingen, geldopnamen, schuldaflossingen en sparen kunnen we via deze rekening regelen.
- Gelden waarmee we geen courante betalingen verrichten, storten we op een spaarrekening. Dit is de meest eenvoudige vorm van sparen. Grote geldsommen kunnen voor beperkte tijd ook gestort worden op een termijnrekening. De bank mag over de gestorte gelden of deposito's beschikken en zal hiervoor intrest betalen.
- Is het de bedoeling geld te laten opbrengen of renderen, dan spreken we van een kapitaal beleggen. Er bestaan verschillende soorten beleggingsvormen: kasbons, verzekeringsbons, obligaties, aandelen, fondsen, enz.

De rente of intrest op bankrekeningen en beleggingsvormen bepalen financiële instellingen met formules voor enkelvoudige en samengestelde intrestberekening.

2.1 Bankrekeningen

2.2 Beleggingsvormen



2.1 Bankrekeningen

▶ Zichtrekening

1 Instap

De zichtrekening is de spil van de meeste bankverrichtingen. Alle inkomsten (maandloon, vakantiegeld, pensioen, opbrengsten ...) kunnen we laten storten op een zichtrekening. Ook alle uitgaven (betalingen, geldopnemingen, schuldaflossingen, sparen ...) kunnen we via deze rekening regelen. Als de rekening onder nul gaat of een negatief saldo vertoont, dan rekent de bank intrest aan. Dat overkwam ook Anna na een onverwachte aankoop van een nieuwe fiets voor haar dochter Sarah.



De zichtrekening van Anna vertoonde vanaf 19 augustus een negatief saldo van 100 euro. Dit saldo bleef onveranderd tot 31 augustus toen haar wedde gestort werd.

1 Bereken het aantal rentedagen van het negatief saldo.

....

2 Hoeveel intrest zal de bank aanrekenen als de rentevoet 10 % bedraagt?

....

Zichtrekening

De **zichtrekening** is de sleutel voor de meeste financiële verrichtingen. Via een zichtrekening kunnen we op een eenvoudige manier geld storten, afhalen en overschrijven. Betalingen (water, elektriciteit, gas, telefoon, internet en huur ...) kunnen we ook automatisch laten uitvoeren via een **domiciliëring** of een **bestendige opdracht**. Met de bijbehorende **bankkaart** en de geheime pincode kunnen we geld opvragen bij bankautomaten, betalingen doen via betaalautomaten en internetbankieren.





De financiële instelling geeft een overzicht van al onze verrichtingen via digitale of papieren **rekeningafschriften**.
Bij elke genummerde en gedateerde verrichting staat een korte omschrijving, het bedrag en de valutadatum.

```
KBC-Zichtrekening EUR

Rekeningnr.XXX-XXXXXXX-XX                                   Nr.  27
IBAN:BEXX XXXX XXXX XXXX BIC: KREDBEBB                      12-03-2013
JANSSENS PETER
--------------------------------------------------------------------------
                              Vorig saldo EUR               468,21+

datum                                        valuta
08-03  EUROPESE OVERSCHRIJVING VAN            08-03          51,46+
       BE17 7381 2011 2150
       BANKIER OPDRACHTGEVER: KREDBEBB
       VCM BRUGGE
       OUDE BURG 19
       /C/ TUSSENKOMST MUTUALITEIT GENEESKUNDIGE ZORGEN
       O.REF.:8510600301005 431030 072M97
11-03  BETALING GEDOMICILEERDE FACTUUR        11-03          82,14-
       TELENET N.V.
       DOMICILIERINGSNUMMER 740-6836997-11
              766415590704522377748000

--------------------------------------------------------------------------
                              Nieuw saldo EUR               437,53+
KBC Bank NV
```

Valutadatum

Bij zichtrekeningen wordt de beleggingstijd uitgedrukt in dagen. Om het aantal rentedagen te bepalen, zal de financiële instelling aan elke verrichting een **valutadatum** toekennen.
Deze datum is afhankelijk van de aard van de verrichting en is meestal

- dezelfde dag bij automatische en elektronische verrichtingen;
- de volgende dag bij stortingen aan het loket;
- de vorige dag bij geldopnemingen aan het loket.

De valutadatum is de dag waarop de bank het bedrag bij het voorgaande saldo optelt of aftrekt en als rentedragend beschouwt. Vanaf deze datum zal de intrestberekening van het nieuwe saldo aanvangen.

Intrestberekening

Een zichtrekening brengt meestal een zeer lage intrest op, bijvoorbeeld 0,25 %. Deze intrest wordt **creditrente** genoemd en is meestal jaarlijks of driemaandelijks te betalen. De creditrente is onderworpen aan een roerende voorheffing van 25 %. Deze belasting wordt rechtstreeks afgehouden en gestort aan de schatkist.

Wanneer een zichtrekening een negatief saldo vertoont, dan rekent de bank een hoge intrest aan, bijvoorbeeld 10 %. Deze intrest wordt **debetrente** genoemd en wordt meestal maandelijks of driemaandelijks afgerekend op de laatste dag van de maand of de eerste dag van de volgende maand.

Zowel de debetrente als de creditrente worden berekend met de **basisformule voor enkelvoudige intrestberekening**.

Voorbeeld

In de loop van de maand september doet iemand via zijn zichtrekening enkele verrichtingen zodat de rekening onder nul gaat. De valutadata en de bedragen kunnen we aflezen in de tabel. Voor dit toegestaan krediet rekent de bank 10 % rente aan.

valutadatum	bedrag	saldo	rentedagen	debetrente
01-09		+40,10		
02-09	−160,00	−119,90	6	0,1971
08-09	−42,85	−162,75	3	0,1338
11-09	−124,36	−287,11	15	1,1799
26-09	+360,00	+72,89		
01-10	−1,51	+71,38		1,5108

De debetrente berekenen we als volgt:
- we rangschikken de bedragen naar de valutadatum (kolom 1 en 2);
- we berekenen het saldo na elke verrichting (kolom 3);
- we bepalen het aantal rentedagen van elk negatief saldo (kolom 4);
- we berekenen de debetrente per saldo op 4 decimalen nauwkeurig en maken de som van deze debetrenten (kolom 5).

Voor dit toegestaan krediet zal de bank een debetrente aanrekenen van 1,51 euro met valutadatum 01-10.

2

Vul het passende nummer in.

☐ rekeningnummer
☐ bedrag van de verrichting
☐ vorig saldo
☐ datum van het rekeningafschrift
☐ soort rekening
☐ valutadatum van de verrichting
☐ naam van de rekeninghouder
☐ IBAN-nummer
☐ omschrijving van de verrichting
☐ datum van de verrichting
☐ nieuw saldo
☐ volgnummer van het rekeningafschrift



3

In de loop van het jaar doet Lucas via zijn zichtrekening de volgende verrichtingen:

valutadatum	verrichting	bedrag	saldo	rentedagen
01-01			+ 104,00	....
12-03	opneming loket	− 140,00	....	....
27-04	storting loket	+ 50,00	....	....
05-07	opneming via Bancontact	− 100,00	....	....
18-07	overschrijving	− 90,00	....	....
25-07	storting van Plantyn	+ 400,00	....	....
17-11	storting loket	+ 34,00	....	....
21-12	betaling via Bancontact	− 300,00	....	....
27-12	storting loket	+ 200,00	....	....

1 Bereken het saldo na elke verrichting.

2 Bereken het aantal rentedagen van elk negatief saldo.

3 Voor welke maanden zal de bank een debetrente aanrekenen als er maandelijks afgerekend wordt?

....

4

Een zichtrekening toont de volgende omzetten voor de maand november.
Bereken de debetrente als de rentevoet voor dit automatisch krediet 10 % bedraagt.

valutadatum	bedrag	saldo	rentedagen	debetrente
01-11		+ 1512,65	....	....
02-11	− 3000,00	....	....	....
09-11	+ 2400,00	....	....	....
16-11	− 4885,00	....	....	....
24-11	+ 5200,00	....	....	....
01-12	....	....		....

....

....

5

In de loop van de maand doet Emma via haar zichtrekening de volgende verrichtingen. Bepaal het saldo per verrichting en het aantal rentedagen voor alle negatieve saldo's. Bereken vervolgens de debetrente die de bank zal aanrekenen voor dit automatisch krediet als de rentevoet 10 % bedraagt.

1 Vul de tabel aan en bepaal het saldo op 1 april.

valutadatum	bedrag	saldo	rentedagen	debetrente
01-03		+175,00	....	....
05-03	−508,00	−333,00	....	....
08-03	−28,32	−361,32	....	....
25-03	+90,00	−271,32	....	....
28-03	−212,00	−483,32	....	....
01-04	....	....		....

....

....

....

....

....

....

2 Vul de tabel aan en bepaal het saldo op 1 juli.

valutadatum	bedrag	saldo	rentedagen	debetrente
01-06		−112,27	....	....
02-06	−604,28	−716,55	....	....
09-06	−206,94	−923,49	....	....
14-06	−70,03	−993,52	....	....
26-06	−846,22	−1839,74	....	....
01-07	....	....		....

3 Vul de tabel aan en bepaal het saldo op 1 mei.

valutadatum	bedrag	saldo	rentedagen	debetrente
01-04		+820,50		
05-04	−1250,00	−429,50		
12-04	−235,50	−665,00		
16-04	+475,00	−190,00		
25-04	−310,50	−500,50		
01-05				

Spaarrekening en termijnrekening

6 Instap

Het spaarboekje is de meest eenvoudige vorm om geld tijdelijk te beleggen. Zo wil Katja 1000 euro sparen die zij met een vakantiejob verdiend heeft, met de bedoeling binnen twee jaar met haar vriend op reis te gaan. De bankier stelt haar een spaarrekening voor met een basisintrest van 1,50 % en een getrouwheidspremie van 0,65 % voor bedragen die minstens 12 maanden op de rekening blijven staan.



Om de vragen te beantwoorden, houden we geen rekening met de jaarlijkse uitkering van de intresten die het volgende jaar zelf intrest opbrengen.

1 Hoeveel bedraagt de basisintrest na 1 jaar?

....

2 Hoeveel bedraagt de getrouwheidspremie na 1 jaar?

....

3 Wat is de totale intrest na 1 jaar?

....

4 Wat is de totale intrest na 2 jaar?

....

Spaarrekening

De **spaarrekening** is een soepele beleggingsvorm: de gespaarde gelden zijn altijd opvraagbaar en elk jaar worden de intresten automatisch bij het tegoed van de spaarrekening gevoegd.
De spaarrekening heeft een fiscaal voordeel: de jaarlijkse intresten tot 1880 euro zijn niet onderworpen aan de roerende voorheffing van 25 %.

De bank kan de basisrente en de getrouwheidspremie aanpassen. Als ze dat doet, moet ze de klanten daarvan op de hoogte brengen.

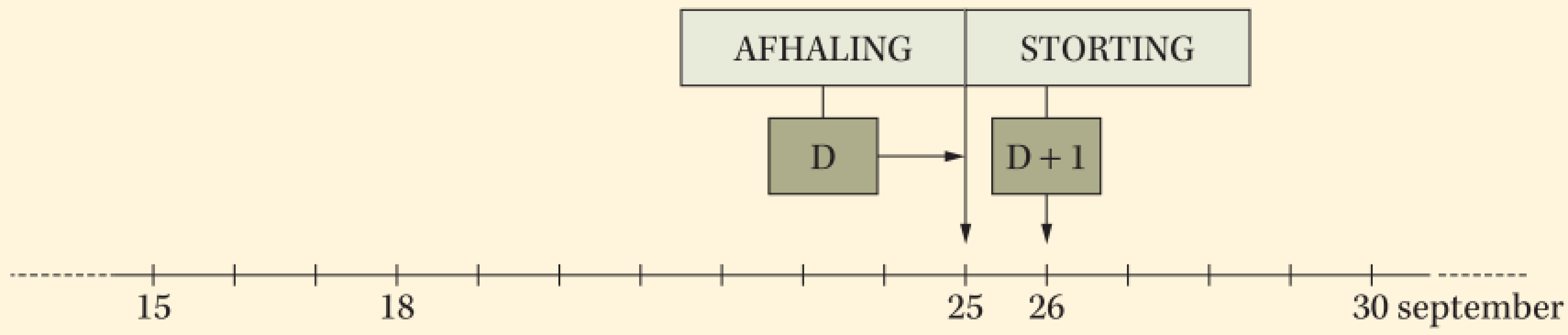
Sinds de bankencrisis zijn de tegoeden van de spaarders in heel Europa beschermd door de overheid tot 100 000 euro per persoon en per bankinstelling.

Valutadatum van storting en opvraging

Bij spaarrekeningen wordt de **basisintrest** van het afgelopen jaar bij het kapitaal gevoegd en krijgt 1 januari als valutadatum. Voor de berekening gelden meestal de volgende regels:

- de valutadatum van een storting is de volgende dag;
- voor een afhaling is de valutadatum de dag van de afhaling zelf.

De valutadatum stellen we voor met D voor een afhaling en met D+1 voor een storting, waarbij D de datum van de verrichting voorstelt.



Voor bedragen die 12 opeenvolgende maanden op de rekening blijven staan, geeft de bank een **getrouwheidspremie**.



KBC-Spaarrekening EUR

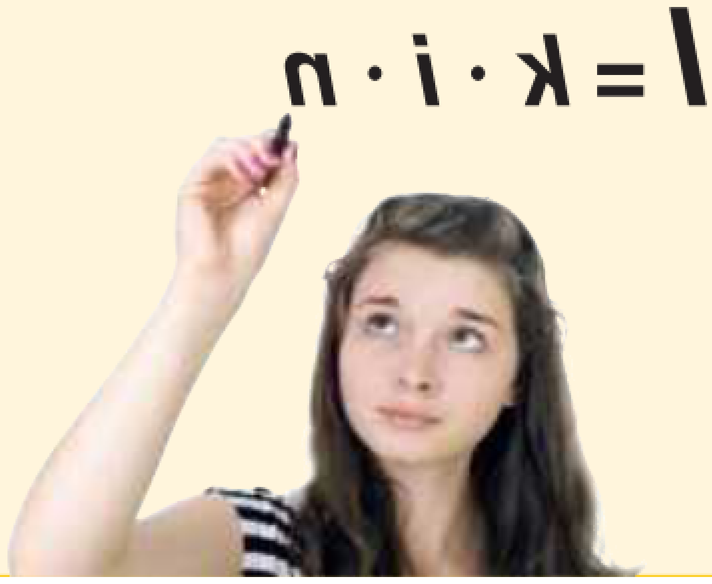
Rekeningnr.XXX-XXXXXXX-XX — Nr. 41
IBAN:BEXX XXXX XXXX XXXX BIC: KREDBEBB — 02-01-2014
JANSSENS PETER

Vorig saldo EUR 1 615,04+

datum		valuta		
23-12	GELDOPNEMING BANKKANTOOR DORPSTRAAT 23,8490 JABBEKE	23-12		200,00-
31-12	CREDITRENTE VAN BE77 4072 0116 9324	01-01		28,05+
	BASISRENTE		25,96	
	GETROUWHEIDSPREMIE		2,09	
31-12	AANREKENING KOSTEN BE77 4072 0116 9324	01-01		3,75-
	REKENINGVERZEKERING 2013		3,75-	

Nieuw saldo EUR 1 439,34+
KBC Bank NV

De intrest of creditrente op spaarrekeningen wordt berekend met de **basisformule voor enkelvoudige intrestberekening**.



7

Wat is het maximale bedrag dat gedurende een kalenderjaar op een spaarrekening met rentevoet 2 % mag staan zodat er geen roerende voorheffing aangerekend wordt?

....

....

....

....

8

De volgende stortingen en afhalingen gebeuren op een spaarrekening. Bepaal de valutadatum van elke verrichting.

1 storting 28 januari ....
2 afhaling 8 mei ....
3 storting 18 februari ....
4 storting 16 augustus ....
5 afhaling 26 juni ....
6 afhaling 1 oktober ....
7 storting 7 januari ....
8 afhaling 30 september ....
9 storting 26 februari ....
10 afhaling 2 januari ....



9

Op 1 januari is het saldo van een spaarrekening gelijk aan 8290,75 euro. In de loop van het jaar gebeuren de volgende verrichtingen: op 5 februari een storting van 2100 euro, op 17 augustus een automatisch sparen van 1500 euro via een bestendige opdracht en op 28 september een storting van 300 euro. Voor welke bedragen verwerven we op het einde van het jaar een basisintrest? En een getrouwheidspremie?

Basisintrest: ....

Getrouwheidspremie: ....

10

Op 24 september stort Nisse 8200 euro op zijn spaarrekening waarvan de basisrente 0,75 % bedraagt. Hoeveel intrest zal het gestorte bedrag opbrengen met valutadatum 1 januari van het volgend jaar?

....

....

....

11

Op 23 juni stort de mama van Juliette Binta 2750 euro op haar spaarrekening met 1 % basisrente en 0,50 % getrouwheidspremie.

1 Hoeveel intrest zal het gestorte bedrag opbrengen met valutadatum 1 januari van het volgend jaar?

....

....

....

2 Hoeveel getrouwheidpremie zal het gestorte bedrag opbrengen met valutadatum 1 juli van het volgend jaar?

....

....



Termijnrekening

De **termijnrekening** is een beleggingsvorm verwant aan de spaarrekening.

We zetten enkele kenmerken van de termijnrekening op een rij:
- het kapitaal blijft op de rekening gedurende een zelf gekozen termijn;
- de rentevoet is afhankelijk van de termijn en blijft onveranderd;
- het kapitaal en de intrest komen vrij op het einde van de termijn;
- de intrest kan jaarlijks geïnd of gekapitaliseerd worden;
- op de verworven intrest is 25 % **roerende voorheffing** verschuldigd.

Het kapitaal en de intresten van een termijnrekening zijn gewaarborgd door de overheid.

Intrestberekening

De intrest op termijnrekeningen wordt berekend met de **basisformule** voor
- **enkelvoudige intrestberekening** als de termijn niet langer is dan een jaar:

  $I = k \cdot i \cdot n$

- **samengestelde intrestberekening** als de termijn langer is dan een jaar:

  $I = K - k$ **met** $K = k(1 + i)^n$

De intrest wordt verminderd met 25 % roerende voorheffing (RV). Het verschil tussen de intrest en de roerende voorheffing noemen we **netto-intrest** en stellen we voor met I_{netto}.

$$I_{netto} = I - RV = I - 0{,}25I = 0{,}75I$$

Voorbeeld

We berekenen de uitgekeerde intrest op de vervaldag van 5000 euro ingeschreven op een termijnrekening van 13 maand tegen een rentevoet van 1,60 %.

- $n = \dfrac{13}{12}$ — $n > 1$
- $I = K - k$ — samengestelde intrest

  $I = k(1 + i)^n - k$ — basisformule voor samengestelde intrestberekening

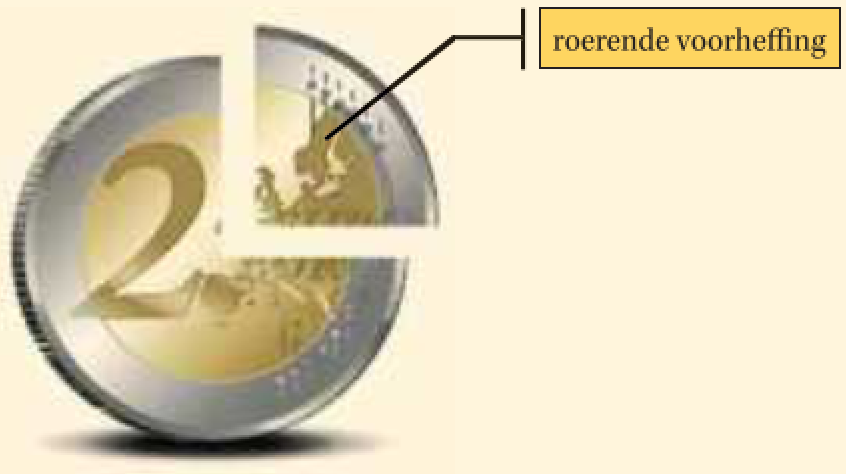
  $I = 5000\,(1 + 0{,}016)^{\frac{13}{12}} - 5000$ — $k = 5000$ $i = 1{,}60\ \% = 0{,}016$ $n = \dfrac{13}{12}$

  $= 86{,}724...$
- $I_{netto} = 0{,}75I$

  $I_{netto} = 0{,}75 \cdot 86{,}72$

  $= 65{,}04$

De uitgekeerde intrest bedraagt 65,04 euro.



12

Silke beschikt over een som geld van 45 200 euro die zij wil beleggen op een termijnrekening voor de periode van 17 maart tot 17 december. De rentevoet bedraagt 0,25 %.

1 maand	0,10 %
2 maand	0,10 %
3 maand	0,10 %
4 maand	0,10 %
5 maand	0,10 %
6 maand	0,25 %
7 maand	0,25 %
8 maand	0,25 %
9 maand	0,25 %
10 maand	0,25 %

11 maand	0,25 %
12 maand	1,00 %
15 maand	1,00 %
2 jaar	1,50 %
3 jaar	2,00 %
4 jaar	2,10 %
5 jaar	2,30 %
7 jaar	2,50 %
8 jaar	2,50 %

1 Bereken de netto-intrest op de vervaldag.

2 Een spaarrekening bij Argenta brengt 1 % basisintrest op. Welke intrest ontvangt Silke indien zij dit bedrag op een spaarrekening plaatst?

3 Wat is de netto-intrest als Silke haar geld voor 3 jaar kon beleggen op de termijnrekening?

13

Eline tekent in op de termijnrekening voor een bedrag van 6000 euro.



1 Welke netto-intrest kan Eline jaarlijks opnemen?

....

....

....

2 Welke netto-intrest ontvangt Eline als ze de intrest laat kapitaliseren?

....

....

....

14

De gegevens hebben betrekking op termijnrekeningen. Bereken de netto-intrest op de vervaldag.

1 kapitaal = 50 000

termijn: 31 dagen

rentevoet = 0,10 %

....

....

....

2 kapitaal = 42 500

termijn: 6 maand

rentevoet = 0,25 %

....

....

....

3 kapitaal = 65 000

termijn: 2 jaar

rentevoet = 1,50 %

....

....

....

Uitdagingen

Zichtrekening

1 In de loop van het jaar doet Thijs via zijn zichtrekening de volgende verrichtingen.

valutadatum	verrichting	bedrag	saldo	rentedagen	debetrente
01-01			+236,14	....	....
02-04	afhaling loket	−300,00	....	....	....
16-04	storting loket	+100,00	....	....	....
08-09	overschrijving	−432,80	....	....	....
25-09	betaling Bancontact	−96,05	....	....	....
01-10	storting van Plantyn	+800,00	....	....	....
17-12	afhaling loket	−100,00	....	....	....

1 Bereken het saldo na elke verrichting.

2 Bereken het aantal rentedagen van elk negatief saldo.

3 Bereken de debetrente als de rentevoet voor dit automatisch krediet 9,15 % bedraagt.

4 Voor welke maanden zal de bank debetrente aanrekenen?

2 Bepaal de ontbrekende waarden in de tabel als we weten dat de bank een debetrente van 2,50 euro heeft aangerekend. De rentevoet bedraagt 10 %.

valutadatum	bedrag	saldo	rentedagen	debetrente
01-04		+720,50	....	....
05-04	−1000,00	....	....	....
13-04	−357,70	....	....	....
20-04	....	....	....	....
25-04	....	−292,06	....	....
01-05	−2,50	....		2,5000

3 Op 13 januari opent Lore een spaarrekening met 1,25 % basisrente en 0,65 % getrouwheidspremie. Zij doet tevens een storting van 6000 euro. De bank keert een getrouwheidspremie uit voor een bedrag dat in de loop van januari gestort wordt en tot 31 december op de rekening blijft. Wat is het saldo van de spaarrekening op 1 januari van het volgend jaar?

▶ Spaarrekening en termijnrekening

4 Op een spaarrekening staat op 1 januari een bedrag van 1320 euro. In de loop van een schrikkeljaar, komen de volgende verrichtingen voor. Bereken de basisintrest voor dat jaar als de rentevoet 1 % bedraagt.

valutadatum	bedrag	saldo	rentedagen	intrest
01-01		+1320,00	....	....
27-01	−440,00	....	....	....
15-02	+1800,00	....	....	....
16-02	+1250,00	....	....	....
28-09	−2650,00	....	....	....
13-12	+625,00	....	....	....
01-01	....	....		....

5 Op 1 januari bedraagt het saldo van een spaarrekening 6248,43 euro. Op 5 april gebeurt een geldopname van 2850 euro en met valutadatum 24 mei volgt een storting van 3500 euro. De rentevoet bedraagt 1,50 % en de getrouwheidspremie is vastgelegd op 0,65 %. Wat is de verworven intrest met valutadatum 1 januari van het volgende jaar?

6 Op 23 april belegt Luc 4800 euro op een termijnrekening van 8 maanden tegen een rentevoet van 0,25 %. Op de vervaldag herbelegt hij de netto-intrest en het kapitaal op een termijnrekening van 4 jaar tegen 2,10 %. Bereken de netto-intrest.

Exploratie

Spaarrekening

Verzamel informatie over bankrekeningen via advertenties, reclamefolders en internetsites. Bespreek de ingezamelde informatie en voer enkele intrestberekeningen uit met gesimuleerde waarden voor het kapitaal en de looptijd.

De figuur toont de voorzijde en de achterzijde van een reclamedrukwerk van Record Bank.



1. Voor welk soort rekening wordt hier reclame gemaakt?
2. Welke rentevoeten worden toegepast bij deze rekening?
3. Onder welke voorwaarde kan de bank de rentevoeten wijzigen?
4. Welke roerende voorheffing wordt toegepast op de intresten boven het vrijgestelde maximum?

5 Hoeveel intrest verwerven we na 1 jaar bij Record Bank voor een storting van 750 euro met valutadatum 1 januari?
Hoeveel bedraagt de intrest na 6 maand? En na anderhalf jaar?

De volgende figuur toont reclame op de internetsite van NIBC Direct.



6 Voor welk soort rekening wordt hier reclame gemaakt?

7 Welke rentevoeten worden toegepast bij deze rekening?

8 Hoeveel intrest verwerven we na 1 jaar bij NIBC Direct voor een storting van 750 euro met valutadatum 1 januari?
Hoeveel bedraagt de intrest na 6 maand? En na anderhalf jaar?

9 Vergelijk de rekenresultaten van de vragen 5 en 8. Welke bank biedt de meest voordelige rentevoeten aan?

10 Bij NIBC Direct ligt de getrouwheidspremie hoger dan de basisrentevoet.
Wanneer kiezen we best voor deze spaarrekening?

2.2 Beleggingsvormen

▶ Kasbon

1 Instap

Linda heeft 1500 euro verdiend met klusjes tijdens de weekeinden. Zij wil het geld beleggen tegen een vaste rentevoet en het na 5 jaar samen met de intrest opvragen. Ze kiest voor een kasbon met een rentevoet van 2 %.

bpost bank

termijn	brutorente	nettorente	minimum inleg	kapitalisatie
1 jaar	1,00 %	0,75 %	250 EUR	neen
2 jaar	1,25 %	0,94 %	250 EUR	neen
2 jaar	1,25 %	0,94 %	250 EUR	ja
3 jaar	1,50 %	1,13 %	250 EUR	neen
3 jaar	1,50 %	1,13 %	250 EUR	ja
5 jaar	2,00 %	1,50 %	250 EUR	neen
5 jaar	2,00 %	1,50 %	250 EUR	ja
7 jaar	2,20 %	1,65 %	250 EUR	neen

1 Hoe wordt de intrest van Linda's kasbon berekend? Vink aan.

met enkelvoudige intrestberekening ☐ met samengestelde intrestberekening ☐

2 Hoeveel intrest zal de kasbon opbrengen?

....

3 Van de intrest wordt 25 % roerende voorheffing afgehouden. Bereken deze belasting.

....

4 Bereken de netto-intrest.

....

Kasbon

De **kasbon** is een beleggingsvorm die wordt ingeschreven op een **effectenrekening**. Een effectenrekening is een rekening op naam waarop effecten of beleggingen (zoals kasbons, staatsbons, obligaties, aandelen ...) worden ingeschreven.

DELTA BANK

Overzicht effectenrekening: 727-6950720-50

Titularis: Nancy De Coster

Effect	Einddatum	Aantal	Bedrag	Totaal in EUR
ARGENTA SPAARBON 2,05 %	16/04/2015	2	10 000 EUR	20 000 EUR
STAATSBON 1,85 %	04/03/2021	5	3000 EUR	15 000 EUR
OBLIGATIE KBC 2,50 %	18/01/2016	1	5000 EUR	5000 EUR
Algemeen totaal:				**40 000 EUR**

We zetten enkele kenmerken van de kasbon op een rij:
- meestal is een minimumbedrag vereist;
- de rentevoet is vast of stijgt gedurende de looptijd;
- de looptijd varieert van 1 tot 15 jaar;
- de intrest kan jaarlijks geïnd of gekapitaliseerd worden;
- op de verworven intrest is 25 % roerende voorheffing verschuldigd;
- de netto-intrest wordt automatisch gestort op een opgegeven rekening;
- het kapitaal komt vrij op het einde van de looptijd;
- de kasbon kan overgedragen worden door overschrijving naar een andere effectenrekening;
- het kapitaal en de intresten van een kasbon zijn gewaarborgd door de overheid.

Soorten kasbons

Er bestaan verschillende soorten kasbons. Wij maken een onderscheid tussen drie types van kasbons:
- **kasbon met jaarlijkse inning van de intrest** waarbij we jaarlijks recht hebben op de uitbetaling van de intresten;
- **kasbon met eenmalige inning van de intrest** of **kapitalisatiebon** waarbij de intrest jaarlijks gekapitaliseerd wordt en op de eindvervaldag samen met het kapitaal uitbetaald wordt;
- **kasbon met progressieve rente** of **step up kasbon** waarbij de intrest jaarlijks wordt uitbetaald en de rentevoet elk jaar stijgt.

Intrestberekening

De intrest op kasbons berekenen we met de basisformule voor
- **enkelvoudige intrestberekening** bij kasbons met jaarlijks te innen intrest;
- **samengestelde intrestberekening** bij kasbons met kapitalisatie van de intrest.

De bank zal 25 % roerende voorheffing afhouden van de intrest. Deze afhouding gebeurt bij de uitbetaling van de intrest.

Voorbeeld

Een kasbon van 3000 euro heeft een rentevoet van 1,50 % en een looptijd van 5 jaar. We berekenen de netto-intrest bij jaarlijkse inning en bij kapitalisatie van de intresten.

Jaarlijkse inning van de intresten

$I = k \cdot i \cdot n$ — **basisformule voor enkelvoudige intrestberekening**

$I = 3000 \cdot 0{,}015 \cdot 1$ — **k = 3000 i = 1,50 % = 0,015 n = 1**

$= 45$

$I_{\text{netto}} = 0{,}75I$

$I_{\text{netto}} = 0{,}75 \cdot 45$

$= 33{,}75$

Bij jaarlijkse inning is de jaarlijkse netto-intrest 33,75 euro.

Kapitalisatie van de intresten

$I = K - k$ — **samengestelde intrest**

$I = k(1+i)^n - k$ — **basisformule voor samengestelde intrestberekening**

$I = 3000(1+0{,}015)^5 - 3000$ — **k = 3000 i = 1,50 % = 0,015 n = 5**

$= 231{,}852...$

$I_{\text{netto}} = 0{,}75I$

$I_{\text{netto}} = 0{,}75 \cdot 231{,}85$

$= 173{,}8875$

Bij kapitalisatie van de intresten is de totale netto-intrest 173,89 euro.

2

Een kasbon van 2500 euro heeft een rentevoet van 1 % en een looptijd van 1 jaar.
Bereken de netto-intrest.

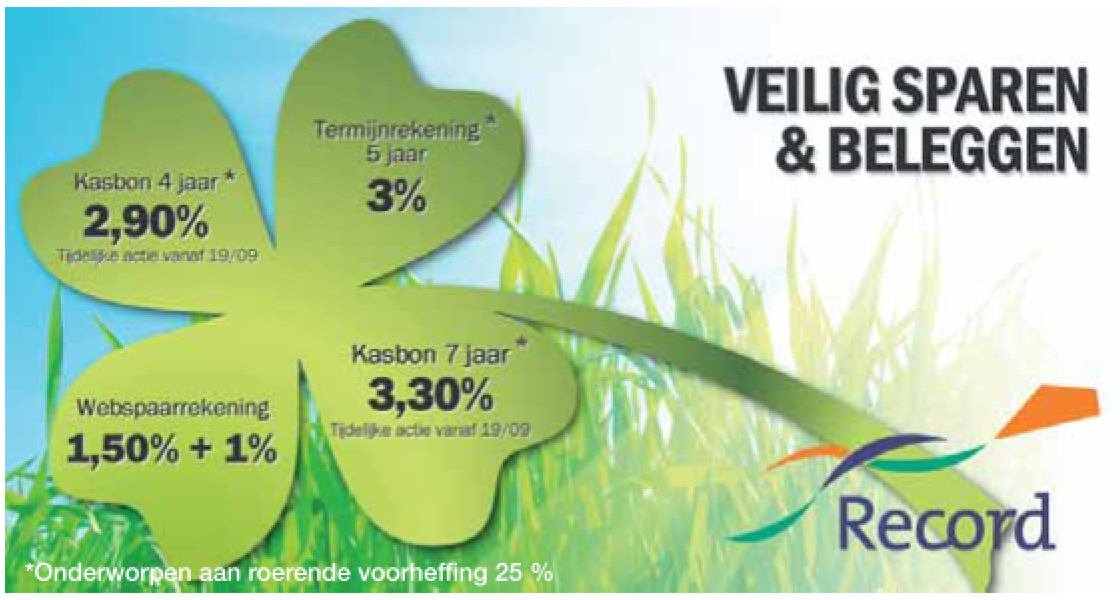
....

....

....

3

Johan bezit twee kapitalisatiebonnen van 2000 euro, één met een looptijd van 4 jaar en rentevoet 2,90 % en één met een looptijd van 7 jaar en rentevoet 3,30 %. Bereken de netto-intrest van elke kasbon.



Kasbon 4 jaar

....

....

Kasbon 7 jaar

....

....

....

4

Een step up kasbon van 6250 euro heeft een looptijd van 5 jaar. Er wordt een progressieve rentevoet toegepast: het 1e jaar 2,30 %, het 2e, 3e en 4e jaar 2,40 % en het 5e jaar 2,55 %. Bereken de netto-intrest op elke vervaldag.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5

Frank bezit een step up kasbon van 4000 euro met een looptijd van 3 jaar. Er wordt een progressieve rentevoet toegepast: het 1e jaar 1,60 %, het 2e jaar 1,80 % en het 3e jaar 2 %.
De jaarlijks uitgekeerde netto-intresten zet hij op een spaarrekening die 0,80 % intrest opbrengt.
Welk bedrag bezit Frank op de eindvervaldag van de kasbon?

Verzekeringsbon

6 Instap

Op de site www.wikifin.be kunnen we informatie vinden over de verzekeringsbon.

1 De Belgische verzekeringsbon kan vergeleken worden met een kasbon, maar verschilt op enkele belangrijke punten. Zoek enkele verschilpunten.

2 Hoe kunnen we de roerende voorheffing van 25 % op de verworven intrest vermijden?

Verzekeringsbon

De **verzekeringsbon** is een beleggingsvorm **op naam** waarbij het kapitaal en de opbrengst op de einddatum gewaarborgd zijn.

+INFO
Financiële infofiche Levensverzekering

BNP PARIBAS FORTIS

FINANCIËLE INFOFICHE LEVENSVERZEKERING VOOR TAK 21

Verzekeringsbon

Type levensverzekering

Individuele levensverzekering met gegarandeerde rentevoet (tak 21).

Waarborgen

Waarborg bij leven
De nettopremie (= storting zonder de verschuldigde taks, instapkosten en de eventuele risicopremie) en de gekapitaliseerde gewaarborgde interest. Het totale bedrag wordt uitgekeerd aan de begunstigde bij leven als de verzekerde op de einddatum van het contract in leven is.

Waarborg bij overlijden
De reserve van het contract wordt uitbetaald aan de begunstigde bij overlijden als de verzekerde overlijdt vóór de einddatum.

Doelgroep

Deze verzekering richt zich tot beleggers die in alle veiligheid hun geld wensen te investeren.
De maximumleeftijd om te kunnen intekenen is 90 jaar.

Rendement

Gewaarborgde rentevoet
De rentevoet geldig op het moment van storting wordt toegepast op de nettopremie en is gegarandeerd gedurende de verdere looptijd van het contract. De nettopremie is gelijk aan de storting zonder de verschuldigde taks, instapkosten en de eventuele risicopremie. De rentevoet wordt toegekend op de dag van ontvangst van de premie met een formule van samengestelde interest.

Kosten

Instapkosten
De instapkosten bedragen 2,40%.

Looptijd

8 jaar en 1 dag.
Begindatum: dag van ontvangst van de premie.
Einddatum wordt in de bijzondere voorwaarden vermeld.
In geval van overlijden van de verzekerde eindigt de verzekering.

Premie

Minimum 2.500 EUR (taks inbegrepen).

Fiscaliteit

Er is geen fiscaal voordeel op de gestorte premies.
Er is een premietaks van 2% verschuldigd.
Bij een afkoop tijdens de 8 eerste jaar is er een roerende voorheffing van 25% op de interesten verschuldigd.
Het belastbaar bedrag mag echter niet lager zijn dan het bedrag dat overeenstemt met een kapitalisatie van de interesten aan 4,75% per jaar. De afkopen na 8 jaar zijn niet onderworpen aan roerende voorheffing indien de verzekeringsnemer een natuurlijk persoon is.
Het kapitaal leven op einddatum en kapitaal overlijden zijn niet onderworpen aan roerende voorheffing.

De verzekeringsbon is een verzekeringscontract.



We zetten enkele kenmerken van de verzekeringsbon op een rij:
- de verzekeringnemer tekent in voor een bedrag van minimum 2500 euro;
- de instapkosten kunnen variëren volgens de looptijd;
- de taks bedraagt 2 %;
- een bijkomende risicopremie voor overlijdensdekking is mogelijk;
- de nettopremie is de storting zonder de instapkosten, taks en eventuele risicopremie;
- de rentevoet is vast gedurende de looptijd;
- de looptijd varieert meestal van 1 jaar tot 8 jaar en 1 dag;
- de jaarlijkse intrest wordt gekapitaliseerd;
- het kapitaal en de intrest worden uitbetaald op de eindvervaldag;

- op de verworven intrest is 25 % roerende voorheffing verschuldigd die onder bepaalde voorwaarden kan vermeden worden (zie intrestberekening);
- het kapitaal en de intresten zijn gewaarborgd door de overheid.

Intrestberekening

De intrest op verzekeringsbons berekenen we met de basisformule voor **samengestelde intrestberekening**. Op de verworven intrest moet geen roerende voorheffing worden betaald als aan tenminste één van de volgende twee voorwaarden is voldaan:

- de looptijd van de verzekeringsbon is langer dan 8 jaar, bijvoorbeeld 8 jaar en 1 dag;
- er is een overlijdensverzekering afgesloten en de overlijdensdekking bedraagt minimum 130 % van het belegde kapitaal.

Voorbeeld

We berekenen de netto-intrest van een verzekeringsbon met een nettopremie van 5000 euro. De overlijdensdekking bedraagt 130 %, de rentevoet is 1,50 % en de looptijd is 5 jaar.

$I = K - k$ **samengestelde intrest**

$I = k(1+i)^n - k$ **basisformule voor samengestelde intrestberekening**

$I = 5000(1+0{,}015)^5 - 5000$ **k = 5000 i = 1,50 % = 0,015 n = 5**

$= 386{,}420...$

Er moet geen roerende voorheffing betaald worden omdat de overlijdensdekking 130 % bedraagt. De netto-intrest van de verzekeringsbon is 386,42 euro.

7

Klaus koopt een verzekeringsbon met een nettopremie van 3500 euro. De looptijd is 5 jaar en de rentevoet 1,50 %. Hij betaalt 1,50 % instapkosten en 2 % taks maar vermijdt de roerende voorheffing door een overlijdensdekking van 130 % te nemen waarvoor hij een bijkomende risicopremie van 0,75 % betaalt.

1 Hoeveel betaalt Klaus aan instapkosten en taks?

....

2 Welke risicopremie wordt voor de overlijdensdekking betaald?

....

3 Welk bedrag wordt op de eindvervaldag uitbetaald?

....

8

Een verzekeringsbon met een nettopremie van 2500 euro heeft een looptijd van 3 jaar en de rentevoet is 1,50 %. Er wordt een overlijdensdekking van 130 % genomen waarvoor een risicopremie van 0,71 % wordt betaald.

1 Hoeveel bedraagt de risicopremie voor de overlijdensdekking?

....

2 Hoeveel intrest wordt op de eindvervaldag uitbetaald?

....

3 Hoeveel intrest zal op de eindvervaldag uitbetaald worden als geen overlijdensdekking wordt afgesloten?

....

9

Jochen is 57 jaar en tekent in op een verzekeringsbon met een nettopremie van 2800 euro. De rentevoet is 1,80 % en de looptijd 8 jaar en 1 maand. De instapkosten bedragen 1,50 % en de taks is 2 %.

1 Hoeveel betaalt Jochen aan instapkosten en taks?

....

2 Welk bedrag ontvangt Jochen op de eindvervaldag?

....

....

Uitdagingen

Kasbon

1 Voor haar 18e verjaardag krijgt Ebe een kapitalisatiebon van 2500 euro cadeau van haar oma. De looptijd is 5 jaar en de rentevoet is 2,30 %. Bereken het bedrag dat Ebe op de vervaldag zal ontvangen.

2 Alex bezit een kasbon van 1500 euro met een looptijd van 7 jaar. De rentevoet is 2,10 % en de intresten zijn jaarlijks inbaar of kapitaliseerbaar.

1. Bereken de netto-intrest die Alex jaarlijks kan opnemen.
2. Bereken de netto-intrest die Alex ontvangt als hij de intresten laat kapitaliseren.

3 Een step up kasbon van 7500 euro heeft een looptijd van 5 jaar. Er wordt een progressieve rentevoet toegepast: het 1e en 2e jaar 2,10 %, het 3e en 4e jaar 2,30 % en het 5e jaar 2,50 %. Bereken de netto-intrest op elke vervaldag.

4 Vergelijk de opbrengsten van de twee kasbons. De jaarlijkse intresten van de Fortes kasbon worden gekapitaliseerd op een spaarboekje met rentevoet 0,60 %.

DELTA BANK

Overzicht effectenrekening: 337-2587659-91

Titularis: Mire Vandevoort

Effect	Einddatum	Aantal	Bedrag	Totaal in EUR
KASBON				
FORTES 3 jaar 2,15 % 2,25 % 2,40 %	24/07/2016	1	7200 EUR	7200 EUR
GAVERBANK kapitalisatie 3 jaar 2,30 %	24/07/2016	1	7200 EUR	7200 EUR
Algemeen totaal:				**14 400 EUR**

Welke kasbon is de voordeligste belegging?

Verzekeringsbon

5 Sam wil 7000 euro beleggen, gedeeltelijk in risicodragende fondsen. Om de teruggave van het kapitaal te waarborgen, koopt hij een verzekeringsbon met een looptijd van 8 jaar en 1 maand. De rentevoet bedraagt 1,50 %.

1 Wat is de nettopremie van de verzekeringsbon zodat op de eindvervaldag 7000 euro wordt uitbetaald?

2 Hoeveel kan hij beleggen in risicodragende fondsen?

6 Claus koopt een verzekeringsbon met een looptijd van 5 jaar en een rentevoet van 2,50 %. De begunstigde bij overlijden is zijn samenwonende partner Iris. Hij beschikt over 6450 euro waarvan de volgende kosten worden afgehouden: 1 % instapkost, 2 % taks en 1,75 % risicopremie voor een overlijdensdekking van 130 %.

1 Wat is de nettopremie van de verzekeringsbon?

2 Welk bedrag ontvangt Claus na 5 jaar?

3 Hoeveel winst maakt hij op zijn investering?

4 Welk bedrag ontvangt Iris als Claus na het afsluiten van het contract overlijdt?

5 Hoeveel winst maakt Iris op de investering van Claus?

6 Moet Iris nog erfenisrechten betalen op het ontvangen bedrag?

Exploratie

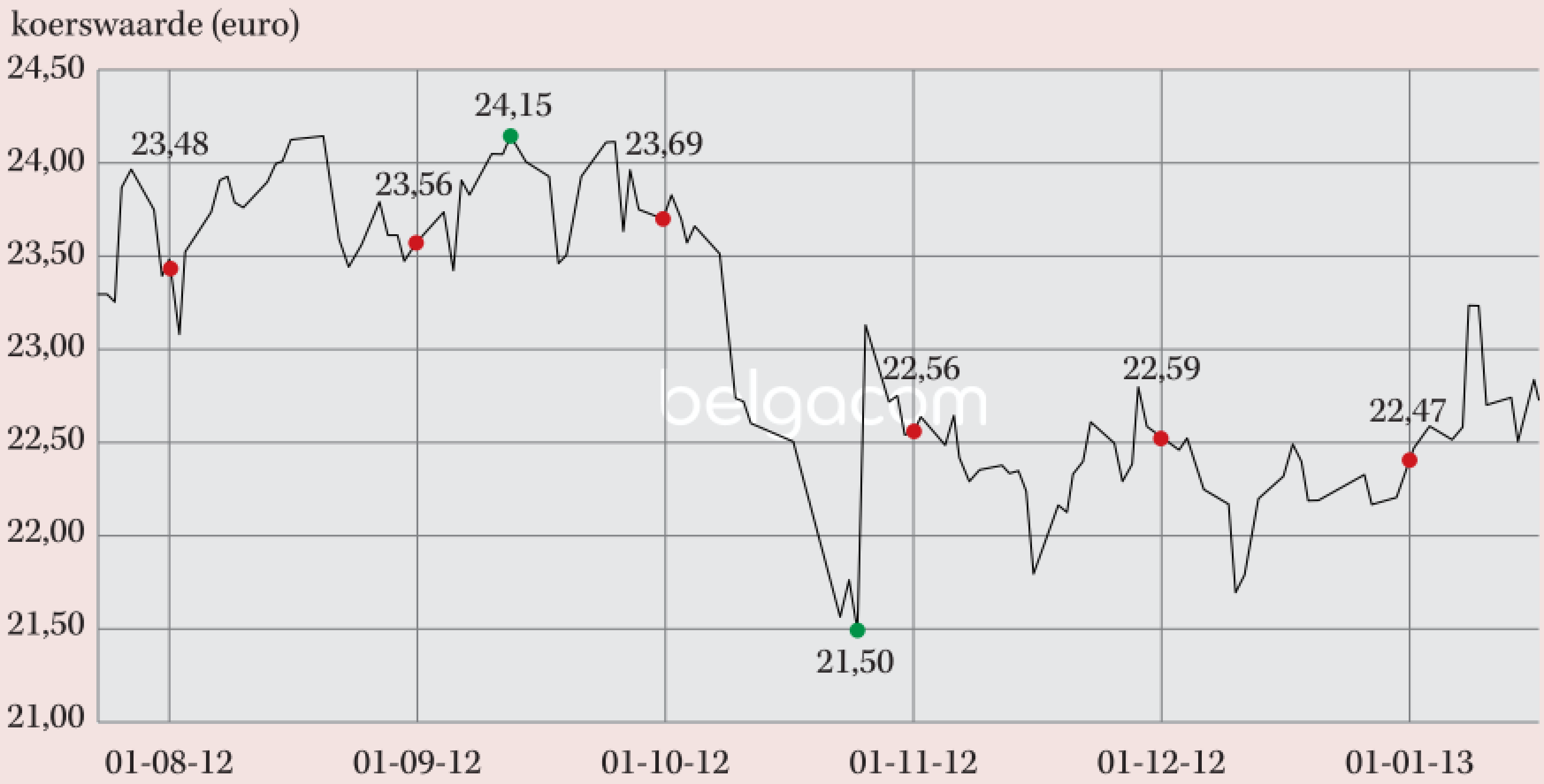
Aandelen

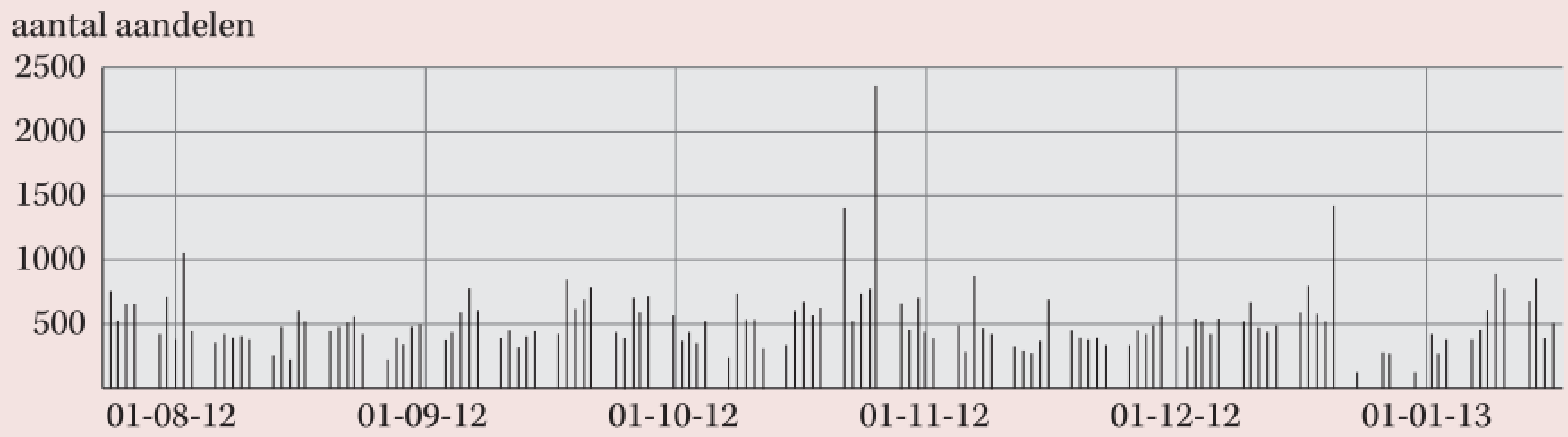
Aandelen en beleggingsfondsen hebben betrekking op het vermogen van bedrijven, vennootschappen, holdings, enz. Ze vertegenwoordigen een risicobelegging omdat hun waarde kan stijgen of dalen, afhankelijk van de beurscijfers.

Bij beleggingen in risicodragende waarden is het niet denkbeeldig dat we een gedeelte van het geïnvesteerde kapitaal verliezen.

Op het lijndiagram kunnen we de waardeverandering in euro van een aandeel van Belgacom aflezen vanaf augustus 2012 tot januari 2013.

Op het staafdiagram is het aantal verhandelde aandelen per werkdag aangegeven.





1. Wat was de waarde van het aandeel op 01-08-2012?
2. Voor welk bedrag kon het aandeel vijf maand later verkocht worden?
3. In welke maand bereikte het aandeel zijn hoogste koerswaarde?
4. Wat is het verschil tussen de hoogste en de laagste koerswaarde van dit aandeel?
5. Hoeveel bedraagt het verlies bij de verkoop van het aandeel op 1 januari 2013?

3

Annuïteiten

Sparen kunnen we op verschillende manieren. Regelmatig kunnen we geld opzijleggen en in de zogenaamde 'zwarte kous' stoppen. Uit veiligheidsoverwegingen kunnen we ook naar een financiële instelling stappen en afspreken over welk kapitaal we nu of later willen beschikken. Hiervoor kunnen we met de bank de volgende overeenkomst afsluiten.

- Op vaste tijdstippen wordt periodiek een onveranderlijk bedrag gestort.
- Deze bedragen staan uit op samengestelde intrest tegen een vaste rentevoet.
- Na de laatste storting is het te bekomen kapitaal gespaard of het geleende kapitaal afbetaald.

Een reeks periodieke stortingen wordt in de financiële wereld een annuïteit genoemd.

3.1 Kapitaalvorming en schuldaflossing

3.2 Termijn en tussentijdse waarde



3.1 Kapitaalvorming en schuldaflossing

Soorten annuïteiten

1 Instap

De ouders van Fiene hebben beslist om een lening aan te gaan voor hun dochter die op haar 25e verjaardag in het huwelijksbootje stapt. Vanaf haar 26e verjaardag tot en met haar 30e verjaardag storten ze jaarlijks 2000 euro om de lening af te betalen.



1 Hoeveel maal hebben de ouders van Fiene een storting gedaan? ....

2 Is het bedrag van elke storting even groot? ....

3 Zijn de tijdsintervallen tussen twee opeenvolgende betalingen gelijk? ....

4 Hoe groot is het tijdsinterval tussen de 25e verjaardag van Fiene en de eerste betaling?

....

5 Hoeveel jaar van de totale duur van de lening zal de eerste betaling intrest opbrengen?

....

En de tweede betaling? ....

En de laatste betaling? ....

Achterafbetaalbare en voorafbetaalbare annuïteiten

Een reeks gelijke betalingen die we jaarlijks of periodiek uitvoeren, noemen we een **annuïteit**.

- De betalingen kunnen dienen om aan voorhuwelijkssparen, woonsparen of pensioensparen te doen. In dit geval spreken we van **kapitaalvorming**.
- Als de betalingen bestemd zijn om een lening af te lossen, dan noemen we deze afbetalingsvorm een **schuldaflossing**.

Het vaste bedrag van elke betaling noemen we de **termijn** van de annuïteit.

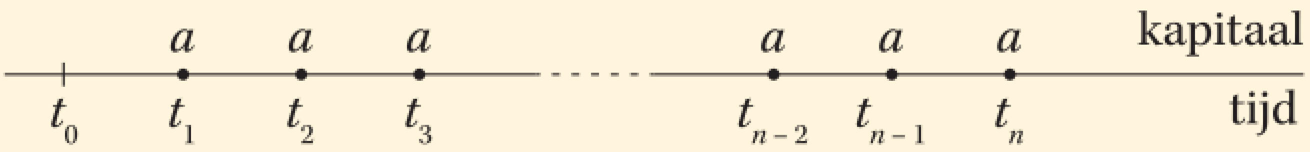
De datums waarop we de jaarlijkse, halfjaarlijkse, trimestriële of maandelijkse termijnen betalen, zijn de **vervaldagen**. Het gelijke tijdsinterval tussen twee opeenvolgende vervaldagen noemen we de **periode**.

Als de termijnen op het einde van elke periode betaald worden, dan spreken we van een **achterafbetaalbare annuïteit**. Worden ze bij het begin van elke periode betaald, dan hebben we te maken met een **voorafbetaalbare annuïteit**.

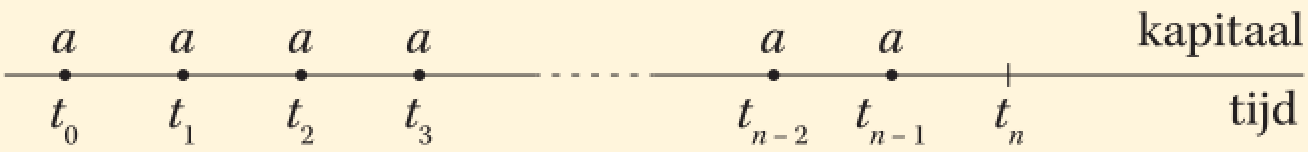
Voorstelling van een annuïteit

Annuïteiten kunnen we schematisch voorstellen op een **tijdpad**.

achterafbetaalbare annuïteit



voorafbetaalbare annuïteit



De gebruikte symbolen hebben de volgende betekenis:

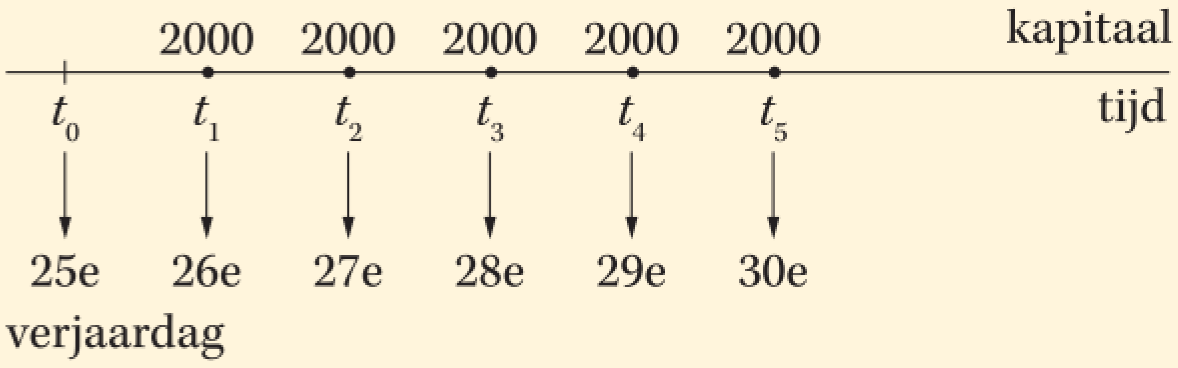
- a termijn
- n aantal perioden of aantal termijnen
- t_0 en t_n begindatum en einddatum
- t_1 en t_n eerste en laatste vervaldag van een achterafbetaalbare annuïteit
- t_0 en t_{n-1} eerste en laatste vervaldag van een voorafbetaalbare annuïteit

Op het tijdpad duiden we de vervaldagen aan met stippen waarboven we de te betalen termijnen noteren.

Het tijdsinterval tussen de begindatum en de einddatum noemen we de **looptijd** van de annuïteit.

Voorbeeld

We stellen het instapvoorbeeld voor op een tijdpad.



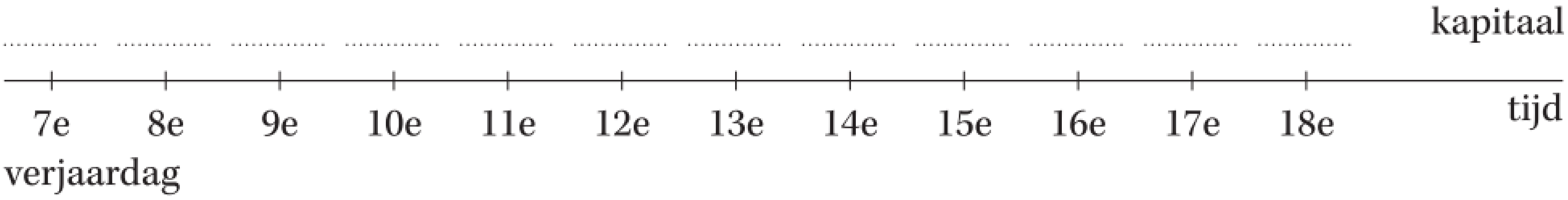
De lening van de ouders van Fiene is een achterafbetaalbare annuïteit met de volgende gegevens:

- de jaarlijkse termijn: $a = 2000$
- het aantal perioden of het aantal termijnen: $n = 5$
- begindatum: t_0 = datum van 25e verjaardag
- einddatum: t_5 = datum van 30e verjaardag
- eerste vervaldag: t_1 = datum van 26e verjaardag
- laatste vervaldag: t_5 = datum van 30e verjaardag
- looptijd: 5 jaar

2

Stel de annuïteit voor op een tijdpad en vul de tabel in.

1 De ouders van Wout beslissen op zijn 7e verjaardag om vanaf zijn 8e verjaardag jaarlijks 250 euro opzij te leggen om zijn hogere studies te kunnen bekostigen. Zij hebben hiervoor een rekening geopend met een rentevoet van 1,75 %. De laatste storting zal gebeuren op de 18e verjaardag van Wout.



soort annuïteit	aantal termijnen	begindatum	einddatum	3e vervaldag
....	....	....	....	....

2 Hans en Astrid doen aan woonsparen vanaf 1 januari 2010 en storten jaarlijks een bedrag van 6000 euro. De rentevoet is 2 %. Op 1 januari 2017 doen ze de laatste storting. Een jaar later, bij de ondertekening van een bouwlening, vragen ze het gespaarde geld op.

									kapitaal
....	....	....	....	....	....	....	....	....	
01-01-10	01-01-11	01-01-12	01-01-13	01-01-14	01-01-15	01-01-16	01-01-17	01-01-18	tijd

datum

soort annuïteit	aantal termijnen	begindatum	einddatum	3e vervaldag
....	....	....	....	....

3 Opa heeft sinds zijn 50e verjaardag elk jaar 890 euro gestort op een pensioenrekening om vanaf zijn 65e verjaardag te kunnen genieten van een aanvullend pensioen. De laatste betaling heeft hij op zijn 64e gedaan. De rentevoet bedraagt 3,75 %.

																kapitaal
....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	
50e	51e	52e	53e	54e	55e	56e	57e	58e	59e	60e	61e	62e	63e	64e	65e	tijd

verjaardag

soort annuïteit	aantal termijnen	begindatum	einddatum	3e vervaldag
....	....	....	....	....

Slotwaarde

3 Instap

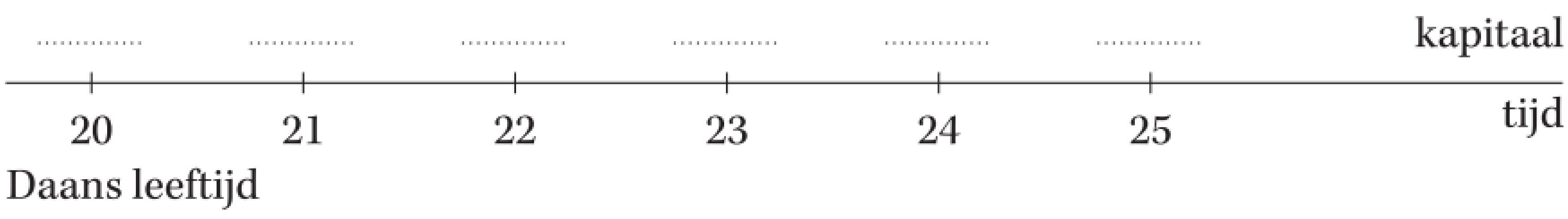
Daan is 20 jaar en wint een grote som geld met de lotto. Hij belegt het gewonnen bedrag in een kapitalisatiebon met een looptijd van 5 jaar en een rentevoet van 2 %. De jaarlijkse intresten van 2000 euro vormen een annuïteit. Op 25-jarige leeftijd wil hij met de totale netto-intrest een moto kopen.

1 Wat is de termijn van deze annuïteit? ....

2 Wanneer is de eerste en de laatste vervaldag van deze annuïteit?

....

3 Stel de kapitalisatie van de jaarlijkse intrest voor op het volgende tijdpad.



4 Is deze annuïteit een voorafbetaalbare of achterafbetaalbare annuïteit?

....

5 Hoelang brengt de eerste termijn intrest op? ....

6 Wat is de eindwaarde van de eerste termijn?

....

7 Wat zijn de eindwaarden van de tweede, derde, vierde en vijfde termijn?

....

....

....

....

8 Wat is de totale intrest van de kapitalisatiebon?

....

9 Over welke som geld zal Daan op zijn 25e beschikken om een moto te kopen?

....

....

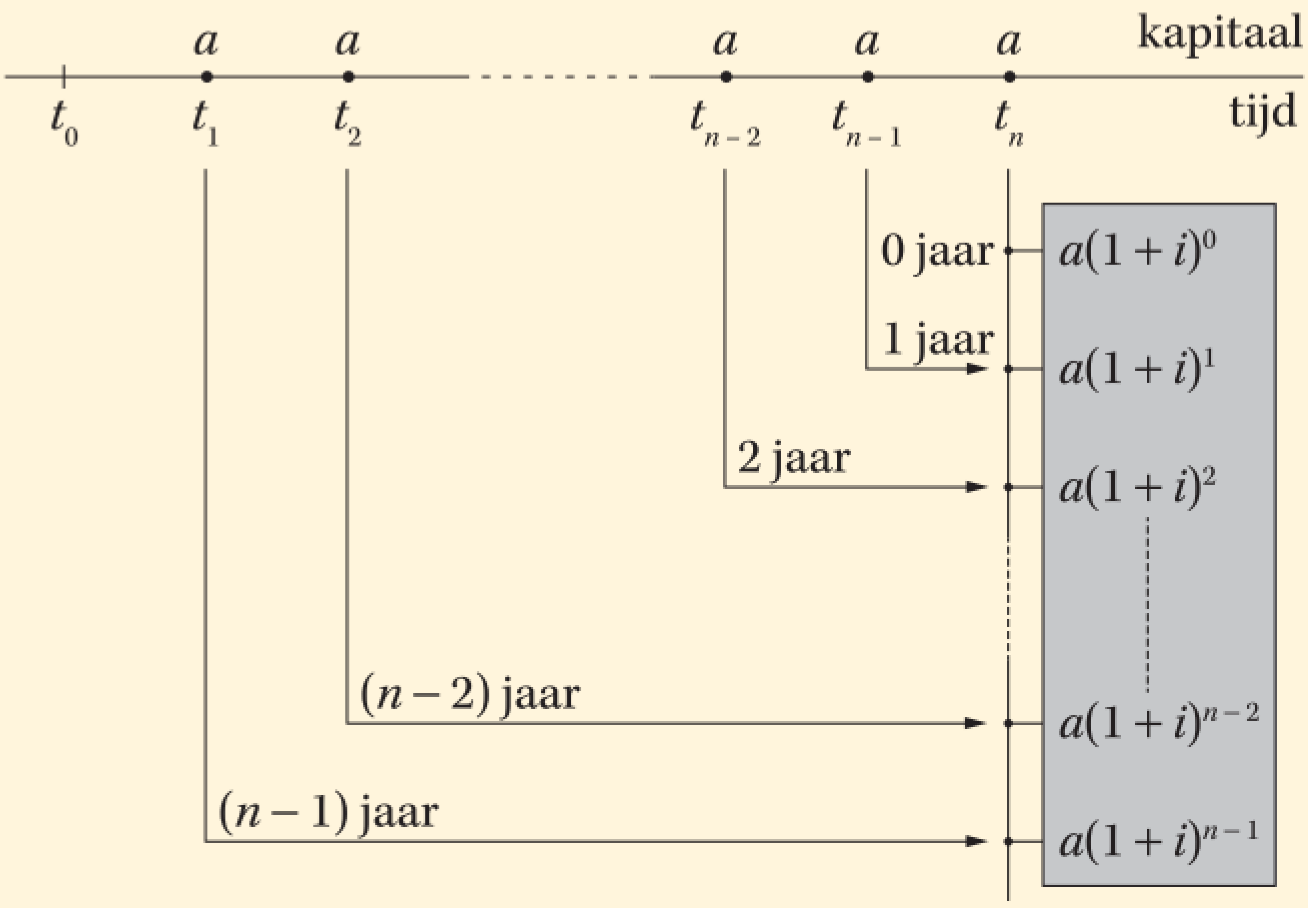
Slotwaarde van een achterafbetaalbare annuïteit

De waarde van een annuïteit op de einddatum noemen we de **slotwaarde** of de **eindwaarde** van de annuïteit. Om de slotwaarde van een achterafbetaalbare annuïteit te berekenen, maken we de som van de eindwaarden van alle termijnen.

De eindwaarde van elke termijn berekenen we met de basisformule voor samengestelde intrestberekening

$$K = k(1+i)^n$$

waarin we k gelijkstellen aan de termijn a en n gelijk aan de beleggingstijd in jaar van elke termijn.



Stellen we de slotwaarde van een achterafbetaalbare annuïteit voor met de hoofdletter S, dan schrijven we:

$$S = a(1+i)^0 + a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + ... + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

som van eindwaarden van termijnen

Deze lange formule is onhandig voor grote n-waarden. Hij kan wiskundig omgerekend worden naar de volgende kortere formule.

$$S = \frac{a}{i}\left[(1+i)^n - 1\right]$$

formule voor slotwaarde van achterafbetaalbare annuïteit

Voor het aantonen van deze formule verwijzen we naar uitdaging 4 pagina 102.

Voor annuïteiten waarvan de periode verschillend is van één jaar, kunnen we in de formule de jaarlijkse rentevoet i vervangen door de gelijkwaardige rentevoeten i_2 (semestriële rentevoet), i_4 (trimestriële rentevoet) of i_{12} (maandelijkse rentevoet). De letter n duidt het aantal termijnen aan.

Voorbeeld

Een kasbon met een looptijd van 5 jaar brengt jaarlijks 100 euro netto-intrest op. Deze intrest wordt overgeschreven op een spaarrekening met een rentevoet van 2 %. We berekenen de eindwaarde van deze intresten op de eindvervaldag van de kasbon.

De intresten van 100 euro vormen een achterafbetaalbare annuïteit met als slotwaarde:

$$S = \frac{a}{i}\left[(1+i)^n - 1\right]$$ **formule voor slotwaarde van achterafbetaalbare annuïteit**

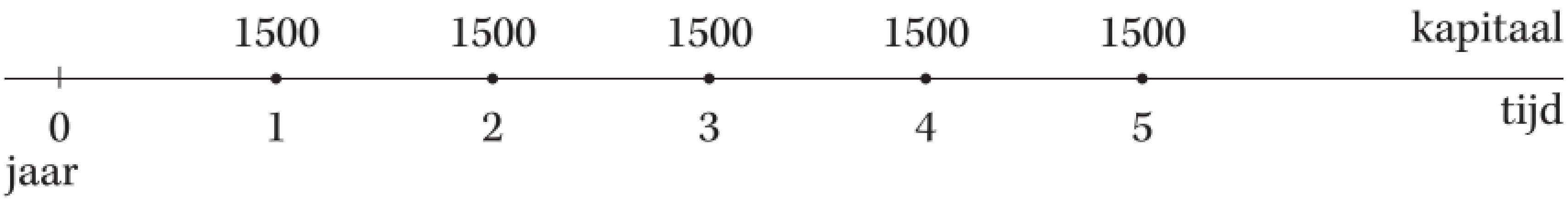
$$S = \frac{100}{0{,}02}\left[(1+0{,}02)^5 - 1\right]$$ ***a* = 100 *i* = 2 % = 0,02 *n* = 5**

$$= 520{,}404...$$

De eindwaarde van de intresten bedraagt 520,40 euro.

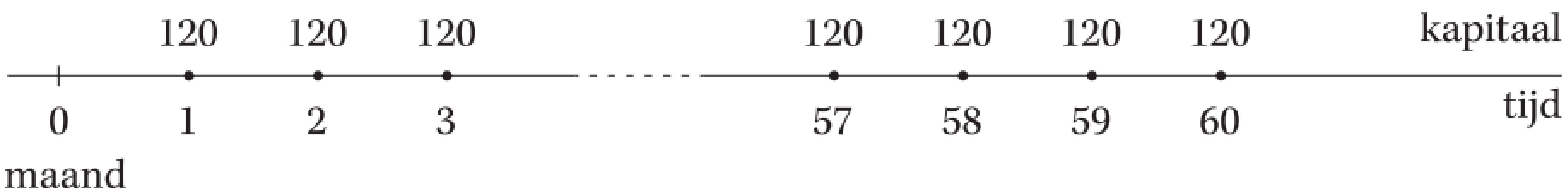
4

Bereken de slotwaarde van de annuïteit voorgesteld op het tijdpad. De jaarlijkse rentevoet bedraagt 4,5 %.



5

Bereken de slotwaarde van de annuïteit voorgesteld op het tijdpad. De jaarlijkse rentevoet bedraagt 2,25 %.



1 Bereken de gelijkwaardige maandelijkse rentevoet.

2 Bereken de slotwaarde van deze annuïteit.

6

Voor de aankoop van een studio aan de Belgische kust vraagt een zakenkantoor een voorschot van 10 000 euro en 180 maandelijkse stortingen van 800 euro. De eerste storting gebeurt één maand na het betalen van het voorschot. Het zakenkantoor belegt de maandelijkse stortingen tegen een rentevoet van 3 %. Bereken de slotwaarde van deze annuïteit.

....

....

....

Slotwaarde van een achterafbetaalbare annuïteit

We berekenen de slotwaarde van een achterafbetaalbare annuïteit van 5 jaarlijkse termijnen van 100 euro met een rentevoet van 3 %.

TEXAS INSTRUMENTS

Om de slotwaarde van deze achterafbetaalbare annuïteit te berekenen, roepen we het financiële rekenmenu CALC op en kiezen de functie TVM Solver.

- [APPS] [1: Finance] [1: TVMSolver]

Bij annuïteiten maken we gebruik van de variabelen

aantal perioden n →	**N**	←	number
jaarlijkse rentevoet i →	**I%**	←	interest rate
aanvangswaarde A →	**PV**	←	present value
termijn a →	**PMT**	←	payment
slotwaarde S →	**FV**	←	future value
aantal perioden per jaar →	**P/Y**	←	periods/year
aantal kapitalisaties per jaar →	**C/Y**	←	capitalisations/year
achteraf- of voorafbetaalbare annuïteit →	**PMT:END BEGIN**	←	payment: end begin

We stellen N gelijk aan 5, I% gelijk aan 3, PV gelijk aan 0 en PMT gelijk aan -100. We merken op dat we een uitgave, zoals een termijn, invoeren als een negatief getal.

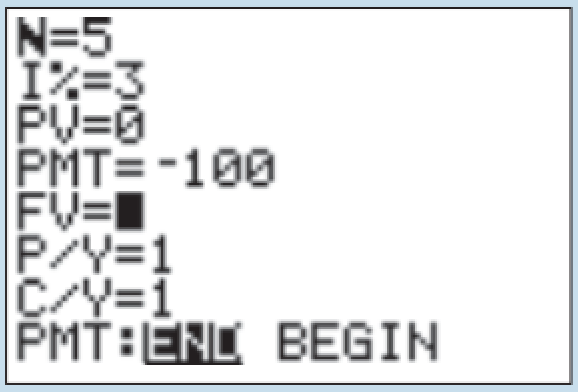
De variabele P/Y stellen we gelijk aan 1 omdat we één betaling per jaar doen. Aan de variabele C/Y geven we altijd de waarde 1.

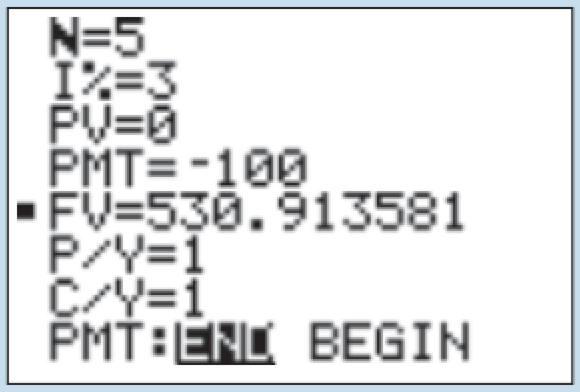
Omdat de betalingen achteraf gebeuren of bij het einde van elke periode, kiezen we voor de optie END.

- 5 [▼] 3 [▼] 0 [▼] −100 [▼: 2-maal] 1 [▼: 2-maal] [ENTER]

We plaatsen de cursor bij de onbekende variabele FV en berekenen de slotwaarde. De berekende variabele FV wordt aangeduid met een vol vierkantje.

- [▲: 3-maal] [ALPHA] [SOLVE]





De slotwaarde bedraagt 530,91 euro.

CASIO

Om de slotwaarde van deze achterafbetaalbare annuïteit te berekenen, roepen we het keuzescherm van de financiële modus TVM op. Omdat de betalingen achteraf gebeuren of bij het einde van elke periode, zullen we in het configuratiescherm van de TVM-modus de parameter Payment instellen op End.

- [MENU] [A: TVM] [SHIFT] [SET UP] [F2: END]

We roepen het invoerscherm voor samengestelde intrest op.

- [EXIT] [F2: CMPD]

Bij annuïteiten maken we gebruik van de variabelen

aantal perioden n	→	**n**	←	number
jaarlijkse rentevoet i	→	**I%**	←	interest rate
aanvangswaarde A	→	**PV**	←	present value
termijn a	→	**PMT**	←	payment
slotwaarde S	→	**FV**	←	future value
aantal perioden per jaar	→	**P/Y**	←	periods/year
aantal kapitalisaties per jaar	→	**C/Y**	←	capitalisations/year

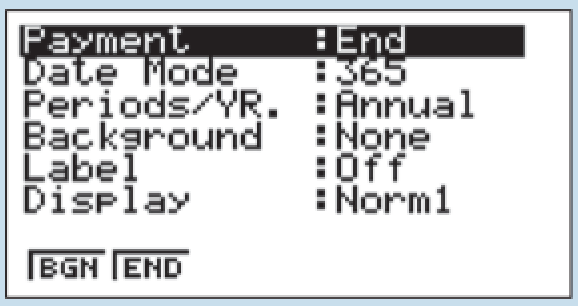
We stellen n gelijk aan 5, I% gelijk aan 3, PV gelijk aan 0 en PMT gelijk aan -100. We merken op dat we een uitgave, zoals een termijn, invoeren als een negatief getal.

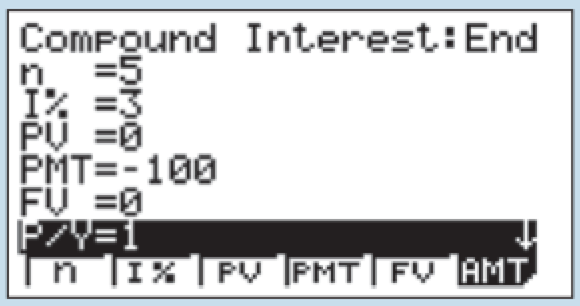
De variabele P/Y stellen we gelijk aan 1 omdat we één betaling per jaar doen. Aan de variabele C/Y geven we altijd de waarde 1.

- 5 [EXE] 3 [EXE] 0 [EXE] −100 [EXE] [▼] 1 [EXE]

We berekenen de slotwaarde van de annuïteit met de functietoets onder de financiële variabele FV.

- [F5: FV]







De slotwaarde bedraagt 530,91 euro.

7

Controleer met ICT de rekenresultaten in de voorgaande opdrachten 4, 5 en 6.

8

Een kasbon van 500 euro op 5 jaar heeft een rentevoet van 2,40 %. De jaarlijkse netto-intrest wordt overgeschreven op een spaarrekening met een rentevoet van 1,25 %. Bereken de eindwaarde van deze intresten op de eindvervaldag van de kasbon.

....

....

....

....

....

....

....

Aanvangswaarde

9 Instap

Het gezin Vanacker wil een caravan kopen. Een zakenkantoor wil het bedrag voorschieten, op voorwaarde dat het gezin Vanacker gedurende 3 jaar een bedrag van 5585,71 euro betaalt. De eerste betaling gebeurt één jaar na de aankoop van de caravan. Het zakenkantoor belegt de jaarlijkse betalingen tegen een rentevoet van 5,75 %.



1 Stel de belegging van het zakenkantoor voor op het tijdpad.

....	....	....	....	kapitaal
0 jaar	1	2	3	tijd

2 Is de belegging een voorafbetaalbare of een achterafbetaalbare annuïteit?

....

3 Bereken de slotwaarde van deze annuïteit.

....

....

4 Als we de slotwaarde van deze annuïteit beschouwen als de eindwaarde van een kapitaal, uitgezet op samengestelde intrest op het tijdstip t_0 tegen een rentevoet van 5,75 %, met welke formule kunnen we dan de beginwaarde van het kapitaal berekenen?

....

5 Welk bedrag heeft het zakenkantoor voorgeschoten?

....

....

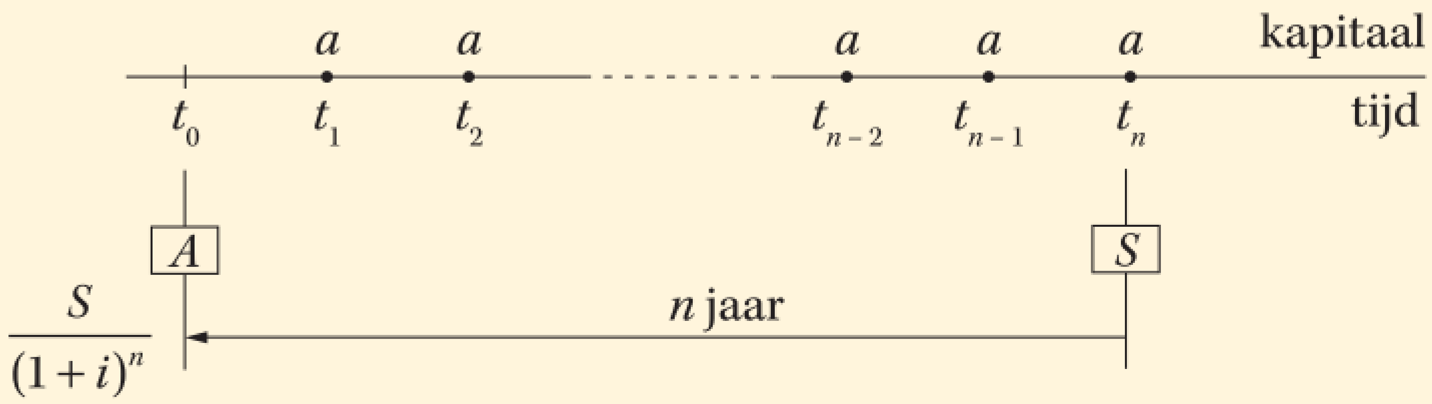
Aanvangswaarde van een achterafbetaalbare annuïteit

De waarde van een annuïteit op de begindatum noemen we de **aanvangswaarde** of de **beginwaarde** van de annuïteit.

De aanvangswaarde van een achterafbetaalbare annuïteit kunnen we berekenen met de afgeleide formule voor samengestelde intrestberekening

$$k = \frac{K}{(1+i)^n}$$

waarin we K gelijkstellen aan de slotwaarde S en k gelijk aan de aanvangswaarde voorgesteld met de hoofdletter A.



Uit de gelijkheid $A = \frac{S}{(1+i)^n} = S \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$ leiden we af:

$$A = \frac{a}{i}\left[(1+i)^n - 1\right] \cdot \frac{1}{(1+i)^n} \qquad S = \frac{a}{i}\left[(1+i)^n - 1\right]$$

$$A = \frac{a}{i}\left[\frac{(1+i)^n}{(1+i)^n} - \frac{1}{(1+i)^n}\right] \qquad \text{distributieve eigenschap}$$

$$\mathbf{A = \frac{a}{i}\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]} \qquad \text{formule voor aanvangswaarde van achterafbetaalbare annuïteit}$$

Voor annuïteiten waarvan de periode verschillend is van één jaar, kunnen we in de formule de jaarlijkse rentevoet i vervangen door de gelijkwaardige rentevoeten i_2 (semestriële rentevoet), i_4 (trimestriële rentevoet) of i_{12} (maandelijkse rentevoet). De letter n blijft het aantal termijnen aanduiden.

Merk op

Bij een lening komt het ontleende kapitaal overeen met de aanvangswaarde van de achterafbetaalbare annuïteit waarmee we de lening afbetalen.

Voorbeeld

We berekenen het geleende kapitaal van een lening met een looptijd van 3 jaar, een rentevoet van 6 % en waarbij de eerste jaarlijkse termijn van 1496,44 euro gestort wordt één jaar na het innen van het geleende kapitaal.

$$A = \frac{a}{i}\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right] \qquad \text{formule voor aanvangswaarde van achterafbetaalbare annuïteit}$$

$$A = \frac{1496,44}{0,06}\left[1 - \frac{1}{(1+0,06)^3}\right]$$

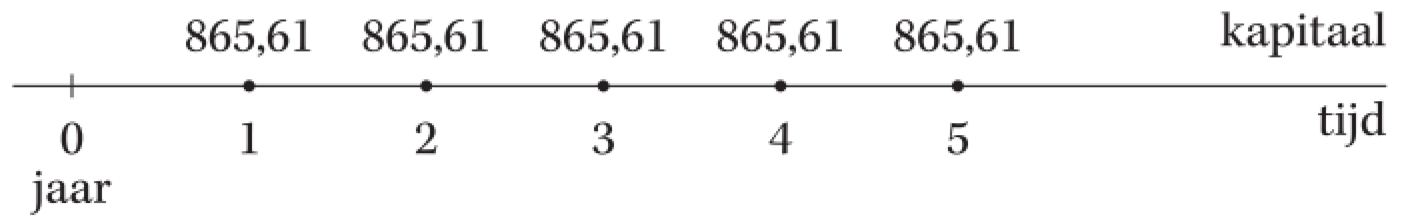
a = 1496,44 **i = 6 % = 0,06** **n = 3**

$$= 4000,002...$$

Het geleende kapitaal bedraagt 4000 euro.

10

Bereken de aanvangswaarde van de annuïteit voorgesteld op het tijdpad.
De jaarlijkse rentevoet bedraagt 4,50 %.

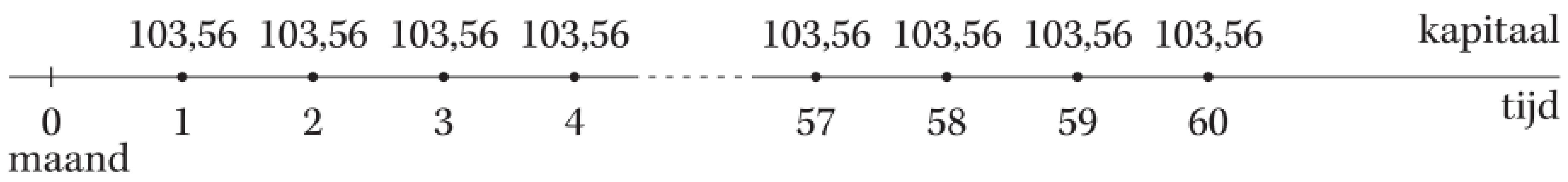


....

....

11

Bereken de aanvangswaarde van de annuïteit voorgesteld op het tijdpad.
De jaarlijkse rentevoet bedraagt 2,25 %.



1 Bereken de gelijkwaardige maandelijkse rentevoet.

....

....

2 Bereken de aanvangswaarde van deze annuïteit.

....

....

12

Voor de aankoop van een studio aan de Belgische kust vraagt een zakenkantoor een voorschot van 10 000 euro en 180 maandelijkse stortingen van 800 euro. De rentevoet van de lening is 3 % en de eerste storting gebeurt één maand na het betalen van het voorschot.
Wat is de aankoopprijs van deze studio als er niet geleend wordt, maar contant betaald?

Aanvangswaarde van een achterafbetaalbare annuïteit

We berekenen de aanvangswaarde van een achterafbetaalbare annuïteit van 36 maanden met een rentevoet van 6 % en een maandelijkse termijn van 121,40 euro.

TEXAS INSTRUMENTS

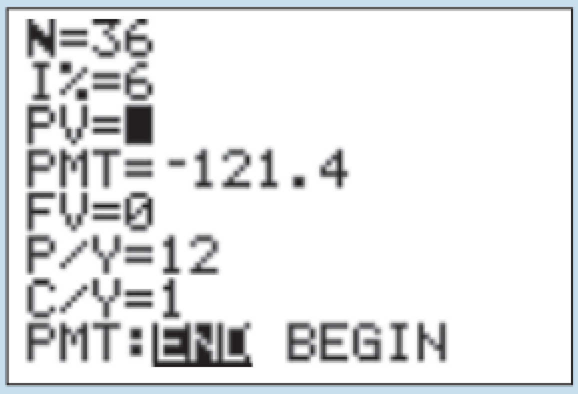
Om de aanvangswaarde van deze achterafbetaalbare annuïteit te berekenen, roepen we het financiële rekenmenu CALC op en kiezen we de functie TVM Solver.

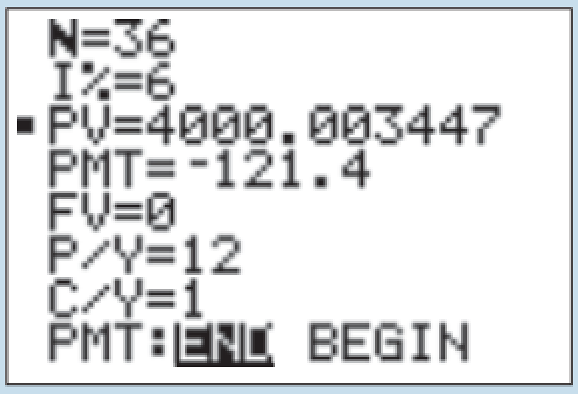
We stellen N gelijk aan 36, I% gelijk aan 6, PMT gelijk aan -121,4 en FV gelijk aan 0.

De variabele P/Y stellen we gelijk aan 12 omdat we 12 betalingen per jaar doen. De variabele C/Y neemt automatisch de waarde van P/Y aan maar geven we de waarde 1.

Omdat de betalingen bij het einde van elke periode gebeuren, kiezen we de optie END.

We plaatsen de cursor bij de onbekende variabele PV. De berekende variabele PV wordt aangeduid met een vol vierkantje.





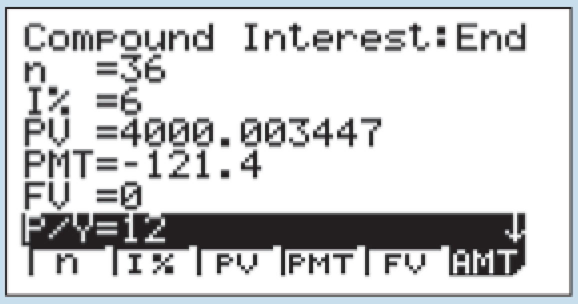
De aanvangswaarde van deze annuïteit bedraagt 4000 euro.

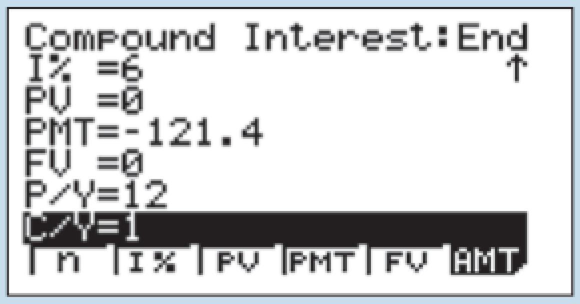
CASIO

Om de aanvangswaarde van deze achterafbetaalbare annuïteit te berekenen, roepen we in de financiële modus TVM het invoerscherm voor samengestelde intrest op.

We stellen eerst in het configuratiescherm de parameter Payment in op End omdat de betalingen bij het einde van elke periode gebeuren. Daarna stellen we n gelijk aan 36, I% gelijk aan 6, PMT gelijk aan -121,4 en FV gelijk aan 0. De variabele P/Y stellen we gelijk aan 12 omdat we 12 betalingen per jaar doen. De variabele C/Y neemt automatisch de waarde van P/Y aan maar geven we de waarde 1.

We drukken op de functietoets onder de variabele PV om de aanvangswaarde te berekenen.







De aanvangswaarde van deze annuïteit bedraagt 4000 euro.

13

Controleer met ICT de rekenresultaten in de voorgaande opdrachten 10, 11 en 12.

14

Vanaf 1 januari 2013 stort de heer Peeters jaarlijks 2000 euro op een speciale rekening met een vaste rentevoet van 3 %. Welk bedrag zou de heer Peeters op 1 januari 2012 eenmalig moeten uitzetten om hetzelfde saldo op zijn rekening te bekomen als na de 10e storting?

15

De opa van Lore wil vanaf zijn 66e verjaardag gedurende 20 jaar jaarlijks 6000 euro opnemen van zijn spaarrekening, De rentevoet bedraagt 1,80 %. Hoeveel moet de opa van Lore op zijn 65e bij elkaar gespaard hebben?

16

Bart wil een tweedehands moto kopen. Zijn vader wil de aankoopprijs voorschieten, op voorwaarde dat Bart de volgende 2 jaar maandelijks 140 euro terugbetaalt. De eerste betaling gebeurt één maand na de aankoop van de moto. Zijn vader belegt de maandelijkse betalingen tegen een rentevoet van 1,75 %. Wat is de aankoopprijs van de moto?

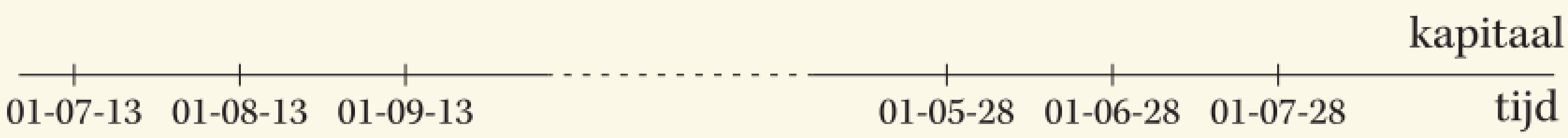


Uitdagingen

▶ Soorten annuïteiten

1 Voor de aankoop van een studio aan de Belgische kust vraagt een zakenkantoor een voorschot van 10 000 euro en 180 maandelijkse stortingen van 800 euro. De rentevoet van de lening is 3 % en de eerste storting gebeurt op 1 augustus 2013, één maand na het betalen van het voorschot.

Stel de annuïteit voor op het tijdpad en vul de tabel in.



soort annuïteit	aantal termijnen	begindatum	eindatum	3e vervaldag
....	....	....	....	....

▶ Slotwaarde

2 Een kasbon van 2500 euro op 5 jaar heeft een rentevoet van 3 %. De jaarlijkse netto-intrest wordt overgeschreven op een spaarrekening met een rentevoet van 2 %. Bereken de eindwaarde van deze intresten op de eindvervaldag van de kasbon.

3 Maarten zet op 31 december 750 euro op een spaarrekening met een rentevoet van 1,50 %. Vanaf 31 december van het volgende jaar stort Sandy jaarlijks 100 euro op haar spaarrekening met dezelfde rentevoet als Maartens spaarrekening. Sandy beweert dat ze na de 8e storting meer zal gespaard hebben dan Maarten.

1. Is de uitspraak van Sandy waar?
2. Hoeveel zou het gestorte bedrag van Maarten moeten geweest zijn zodat zijn saldo gelijk is aan dat van Sandy?

4 Reken de formule $S = a(1+i)^0 + a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + ... + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$

om naar de formule $S = \frac{a}{i}\left[(1+i)^n - 1\right]$.

1. Deel beide leden van de om te rekenen formule door a.
2. Vermenigvuldig beide leden van de bekomen gelijkheid met $(1 + i)$.
3. Verminder beide leden met de overeenkomstige leden van de gelijkheid in vraag 1.
4. Zonder de factor $\frac{S}{a}$ af in het linkerlid.
5. Vermenigvuldig beide leden met $\frac{a}{i}$.

Aanvangswaarde

5 Op weg naar school wordt Jo in een ongeval betrokken. Hij verliest een deel van de rechterpink. De schoolverzekering keert hem een jaarlijkse vergoeding uit van 90 euro met onbeperkte duur. Jaarlijkse of periodieke vergoedingen met onbeperkte duur vormen een **eeuwigdurende annuïteit**. Met welk bedrag kan Jo deze uitkeringen afkopen als de rentevoet 2,25 % bedraagt? Maak de berekening voor uitkeringen volgens een achterafbetaalbare annuïteit.

Aanwijzing: als n onbeperkt toeneemt, dan zal het quotiënt $\frac{1}{(1+i)^n}$ gelijk worden aan 0.

6 De opa van Wout heeft sinds zijn 51e verjaardag tot en met zijn 65e verjaardag elk jaar 500 euro gestort op een pensioenrekening. De rentevoet bedraagt 1,90 %. De oma van Wout beweert dat opa op zijn 65e verjaardag een hoger bedrag zou gespaard hebben, als hij op zijn 50e verjaardag een eenmalige storting van 6500 euro op een spaarrekening met dezelfde rentevoet zou gedaan hebben. Heeft oma gelijk?

7 In ruil voor 2500 euro stort Ilse vanaf nu gedurende 36 maanden telkens 70 euro op een spaarrekening van haar vriendin Kaat. Wie is het meest gebaat bij deze transactie als deze rekening 1,15 % intrest opbrengt?

3.2 Termijn en tussentijdse waarde

Termijn

1 Instap

De formules voor het berekenen van de slotwaarde en de aanvangswaarde van een achterafbetaalbare annuïteit zijn:

$$S=\frac{a}{i}\left[(1+i)^n-1\right] \qquad A=\frac{a}{i}\left[1-\frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

Hieruit kunnen we formules voor het berekenen van de termijn afleiden.

1 Met welke factoren moeten we beide leden van de eerste formule vermenigvuldigen zodat *a* afgezonderd in het rechterlid staat?

....

2 Met welke factoren moeten we beide leden van de tweede formule vermenigvuldigen om *a* af te zonderen in het rechterlid?

....

Formules voor de termijn van een achterafbetaalbare annuïteit

De termijn van een achterafbetaalbare annuïteit kunnen we berekenen met de volgende formules:

$$a=\frac{S\cdot i}{(1+i)^n-1} \qquad a=\frac{A\cdot i}{1-\frac{1}{(1+i)^n}}$$

formules voor termijn van achterafbetaalbare annuïteit

Voorbeeld

We berekenen de jaarlijkse termijn van een achterafbetaalbare annuïteit met een looptijd van 15 jaar, een rentevoet van 5,25 % en waarvan de slotwaarde 10 000 euro bedraagt.

$$a=\frac{S\cdot i}{(1+i)^n-1}$$

formule voor termijn van achterafbetaalbare annuïteit

$$a=\frac{10\ 000\cdot 0{,}0525}{(1+0{,}0525)^{15}-1}$$

$S = 10\ 000$ $\quad i = 5{,}25\ \% = 0{,}0525$ $\quad n = 15$

$$=454{,}771...$$

De jaarlijks te storten termijn bedraagt 454,77 euro.

2

Bereken de termijn van de achterafbetaalbare annuïteit met de volgende gegevens.

1 $S = 25\,000$ $n = 20$ $i = 3{,}75\ \%$

....

2 $A = 25\,000$ $n = 20$ $i = 3{,}75\ \%$

....

3

Voor de aankoop van een klein appartement aan de Spaanse kust sluit het gezin Vanderplage een lening van 90 000 euro af tegen een rentevoet van 4 %. De looptijd van de lening is 180 maanden en de eerste maandelijkse afbetaling gebeurt één maand na het innen van het geleende kapitaal. Wat is de termijn van deze lening?

....

....

....

....

4

De heer Peeters koopt een kasbon met een looptijd van 4 jaar en rentevoet 2,20 %. Op de jaarlijkse vervaldag stort hij de verworven netto-intrest op een spaarrekening met een rentevoet van 1,75 %. Na de 4e en laatste storting staat er 120 euro op de spaarrekening. Wat is de jaarlijkse netto-intrest van de kasbon?



....

....

Termijn van een achterafbetaalbare annuïteit

We berekenen de jaarlijkse termijn van een achterafbetaalbare annuïteit met een looptijd van 15 jaar, een rentevoet van 5 % en waarvan de slotwaarde 10 000 euro bedraagt.

TEXAS INSTRUMENTS

Om de jaarlijkse termijn van deze annuïteit te berekenen, roepen we het financiële rekenmenu CALC op en kiezen we de functie TVM Solver.

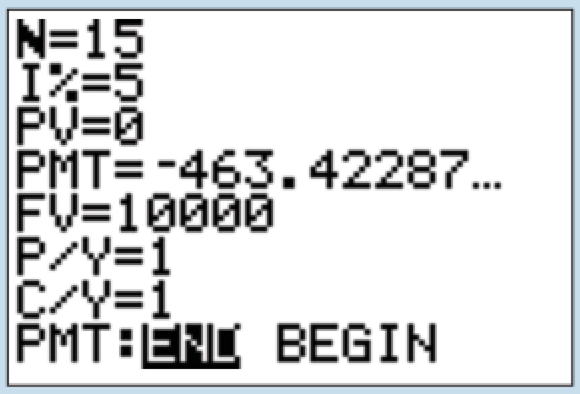
We stellen N gelijk aan 15, I% gelijk aan 5, de aanvangswaarde PV gelijk aan 0 en de slotwaarde FV gelijk aan 10 000.

De variabele P/Y stellen we gelijk aan 1 omdat we één betaling per jaar doen. Aan de variabele C/Y geven we de waarde 1.

Omdat de betalingen achteraf gebeuren of bij het einde van elke periode, kiezen we voor de optie END.

We berekenen de variabele PMT.





De jaarlijks te storten termijn bedraagt 463,42 euro.

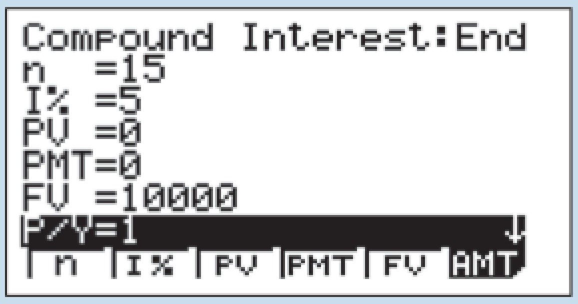
CASIO

Om de jaarlijkse termijn van deze annuïteit te berekenen, roepen we het invoerscherm voor samengestelde intrest op. Omdat de stortingen op het einde van elk jaar gebeuren, stellen we eerst de parameter Payment in op End.

Daarna stellen we n gelijk aan 15, I% gelijk aan 5, de aanvangswaarde PV gelijk aan 0 en de slotwaarde FV gelijk aan 10 000.

De variabele P/Y stellen we gelijk aan 1 omdat we één betaling per jaar doen. Aan de variabele C/Y geven we de waarde 1.

We berekenen de jaarlijkse termijn met de functietoets onder de variabele PMT.





De jaarlijks te storten termijn bedraagt 463,42 euro.

5

Controleer met ICT de rekenresultaten in de voorgaande opdrachten 2, 3 en 4.

6

Opa heeft op zijn 50e verjaardag ingetekend op een pensioenrekening en doet de eerste jaarlijkse storting op zijn 51e verjaardag. De laatste betaling verricht hij op zijn 65e verjaardag en beschikt dan over een eindkapitaal van 15 000 euro. Hoeveel bedraagt de termijn van dit pensioensparen als de rentevoet van dit spaarplan 3,11 % bedraagt?

....

....

....

....

....

7

Een gemeente sluit een lening van 250 000 euro af tegen een rentevoet van 2,50 %. De lening wordt afgelost in 20 jaar volgens een achterafbetaalbare annuïteit. Welk bedrag moet de gemeente elk jaar voorzien om het geleende bedrag terug te betalen?

....

....

....

....

....

8

Jonathan wil in 20 jaar een kapitaal van 25 000 euro opbouwen volgens een achterafbetaalbare annuïteit. De rentevoet bedraagt 3 %. Welk bedrag moet hij jaarlijks storten?

....

....

....

....

....

Tussentijdse waarde

9 Instap

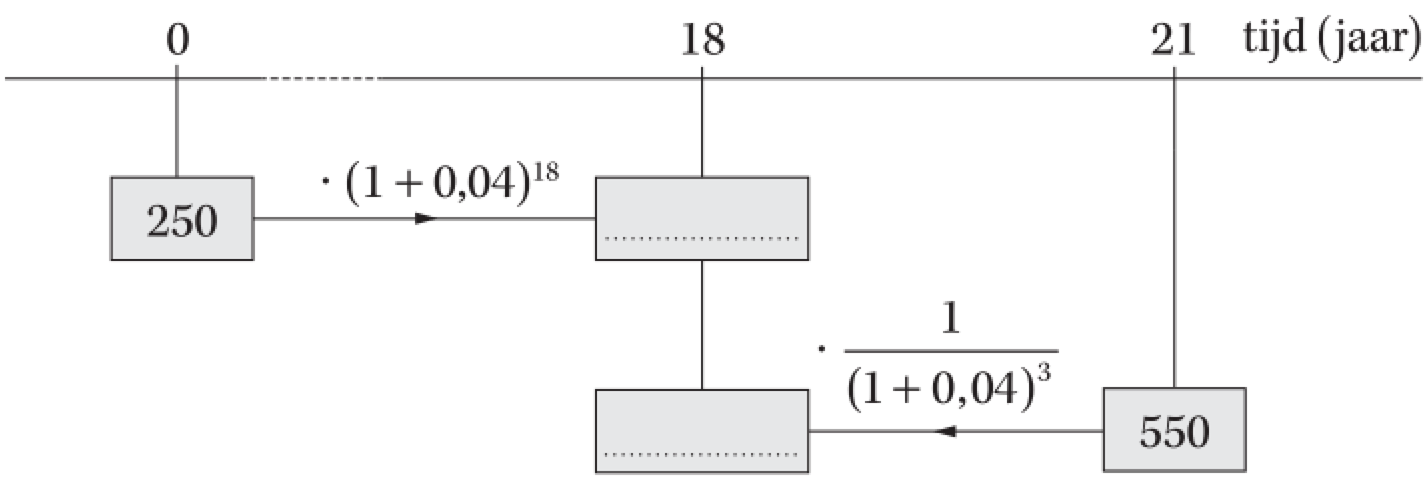
Dorien kreeg bij haar geboorte 250 euro van haar peter. Vandaag wordt Dorien 18 en krijgt ze 500 euro van haar peter. Hij heeft Dorien beloofd dat ze op haar 21e verjaardag 550 euro zal krijgen.



1 Als de ouders van Dorien het bedrag van 250 euro belegd hebben bij haar geboorte tegen een rentevoet van 4 %, wat is dan de eindwaarde van dit kapitaal op de 18e verjaardag van Dorien?

2 Als we het bedrag van 550 euro dat Dorien zal krijgen op haar 21e verjaardag, beschouwen als de eindwaarde van een kapitaal uitgezet op haar 18e tegen een rentevoet van 4 %, wat is dan de grootte van het uitgezette kapitaal?

3 Bereken met het volgende schema de waarde van 250 euro en 550 euro op de 18e verjaardag van Dorien.



4 Vink aan wanneer de peter van Dorien eigenlijk het grootste bedrag geeft.

☐ bij de geboorte ☐ op de 18e verjaardag ☐ op de 21e verjaardag

Tussentijdse waarde van een achterafbetaalbare annuïteit

De waarde van een annuïteit op een willekeurig tijdstip noemen we een **tussentijdse waarde** van de annuïteit.

Uit de aanvangswaarde van een annuïteit kunnen we met de formules voor samengestelde intrestberekening een tussentijdse waarde van de annuïteit berekenen.

Als we het aantal perioden tussen het gekozen tijdstip en het tijdstip t_0 aanduiden met m, dan is de waarde van een annuïteit gelijk aan de aanvangswaarde A vermenigvuldigd met

- $(1+i)^m$ voor een later gekozen tijdstip;
- $(1+i)^{-m}$ voor een vroeger gekozen tijdstip.

De tussentijdse waarden van een achterafbetaalbare annuïteit op het tijdstip t_m noteren we met T_m. Voor het tijdstip t_{-m} gebruiken we de notatie T_{-m}.

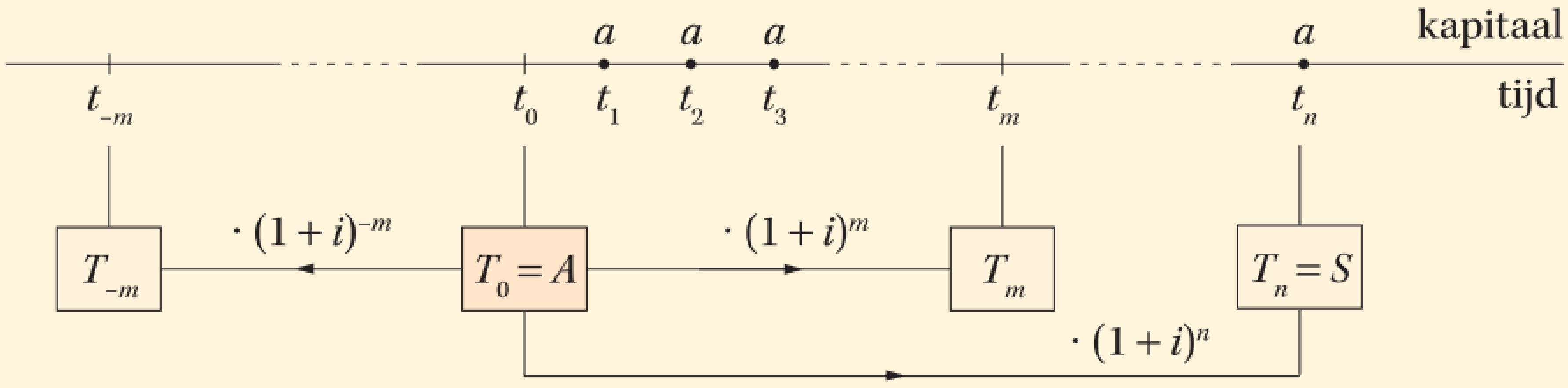
We schrijven:

$$T_m = A \cdot (1+i)^m \qquad T_{-m} = A \cdot (1+i)^{-m}$$

formules voor tussentijdse waarde van achterafbetaalbare annuïteit

Om annuïteiten te vergelijken, bepalen we tussentijdse waarden van de annuïteiten op eenzelfde tijdstip en vergelijken deze waarden onderling.

Op een tijdpad kunnen we tussentijdse waarden van een achterafbetaalbare annuïteit voorstellen als volgt:



De slotwaarde van de annuïteit is gelijk aan de tussentijdse waarde op het tijdstip t_n: $S = T_n$

Uit het voorgaande verband en de formule $T_n = A \cdot (1+i)^n$ leiden we af:

$$S = A \cdot (1+i)^n$$

formule voor verband tussen S en A

Deze formule toont het verband tussen de slotwaarde en de aanvangswaarde van een achterafbetaalbare annuïteit.

Voorbeeld

We berekenen tussentijdse waarden van een achterafbetaalbare annuïteit met een looptijd van 10 jaar, een rentevoet van 3,50 % en waarvan de jaarlijkse termijn 250 euro bedraagt.

De aanvangswaarde, de tussentijdse waarde 5 jaar na de begindatum en 5 jaar ervoor, berekenen we als volgt:

$$A = \frac{a}{i}\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

formule voor aanvangswaarde van achterafbetaalbare annuïteit

$$A = \frac{250}{0{,}035}\left[1 - \frac{1}{(1+0{,}035)^{10}}\right]$$

$= 2079{,}151...$

$a = 250$ $i = 3{,}50\ \% = 0{,}035$ $n = 10$

$T_m = A \cdot (1+i)^m$ **formule voor tussentijdse waarde van achterafbetaalbare annuïteit**

$T_5 = 2079{,}151... \cdot (1+0{,}035)^5$ **$A = 2079{,}151...$ $i = 3{,}50\ \% = 0{,}035$ $m = 5$**

$= 2469{,}379...$

$T_{-m} = A \cdot (1+i)^{-m}$ **formule voor tussentijdse waarde van achterafbetaalbare annuïteit**

$T_{-5} = 2079{,}151... \cdot (1+0{,}035)^{-5}$ **$A = 2079{,}151...$ $i = 3{,}50\ \% = 0{,}035$ $m = -5$**

$= 1750{,}589...$

De aanvangswaarde van deze annuïteit bedraagt 2079,15 euro.
Vijf jaar na de begindatum heeft ze een waarde van 2469,38 euro en vijf jaar voor de begindatum is de annuïteit 1750,59 euro waard.

10

Charlotte doet 10 jaarlijkse stortingen van 250 euro volgens een achterafbetaalbare annuïteit. De rentevoet bedraagt 3,75 %. Bereken de tussentijdse waarde van deze annuïteit

1 op de 3e vervaldag.

....

....

....

2 op de 7e vervaldag.

....

....

....

3 op 7 jaar voor de begindatum.

....

....

....

11

Kristof beslist vanaf 1 januari 2014 jaarlijks 1500 euro te storten met de bedoeling na 15 stortingen een bepaald bedrag te vormen.

1 Wat is dit bedrag bij een rentevoet van 4,25 %?

....

....

2 Welk kapitaal uitgezet op 1 januari 2014 tegen een rentevoet van 4,25 % levert een eindkapitaal op dat gelijk is aan het berekende bedrag in vraag 1?

....

....

3 Wat is de tussentijdse waarde van deze annuïteit op de 10e vervaldag?

....

....

4 Wat is de tussentijdse waarde van deze annuïteit één jaar voor de begindatum?

....

....

12

Op 1 september 2013 doet Yves de eerste storting van zijn spaarplan met een rentevoet van 2,75 %. De eerste dag van elke maand stort hij 200 euro.

1 Over welk kapitaal beschikt Yves op 1 augustus 2016, na de 36e storting?

....

....

....

2 Als Yves geen stortingen meer doet vanaf 1 september 2016 over welk kapitaal beschikt hij dan 2 jaar later bij maandelijkse kapitalisatie tegen dezelfde rentevoet?

....

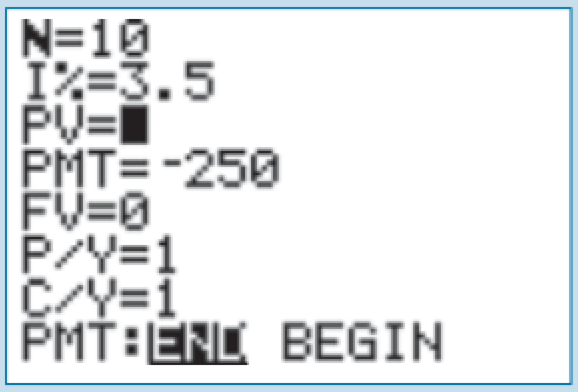
....

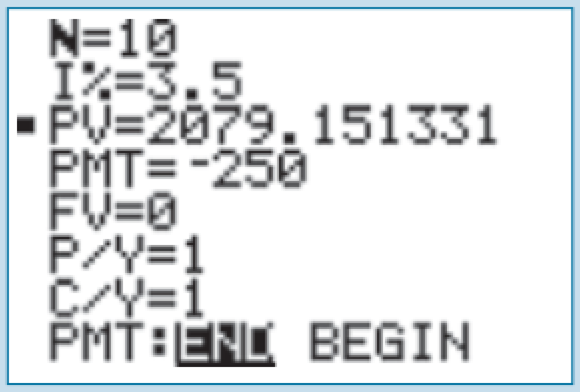
Tussentijdse waarde van een achterafbetaalbare annuïteit

We berekenen de tussentijdse waarde 5 jaar na de begindatum en 5 jaar ervoor van een achterafbetaalbare annuïteit met een looptijd van 10 jaar, een rentevoet van 3,50 % en waarvan de jaarlijkse termijn 250 euro bedraagt.

TEXAS INSTRUMENTS

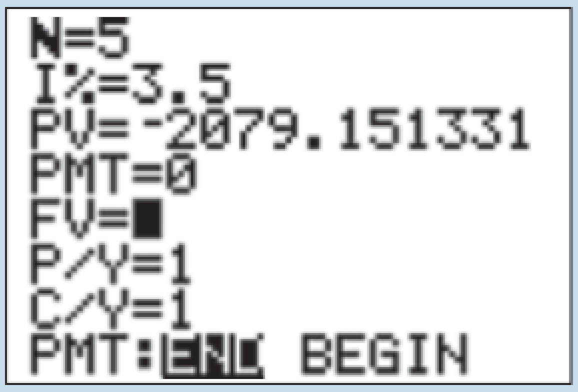
Om een tussentijdse waarde van een annuïteit te berekenen, zullen we eerst de aanvangswaarde berekenen.

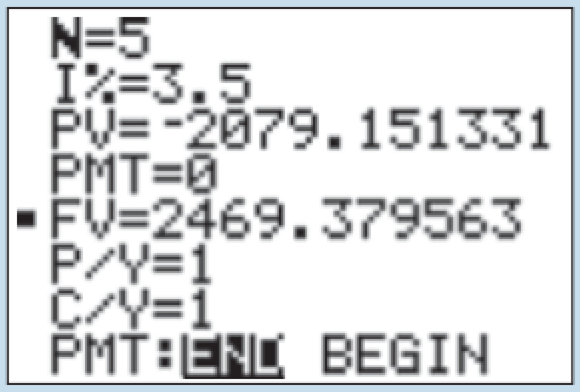


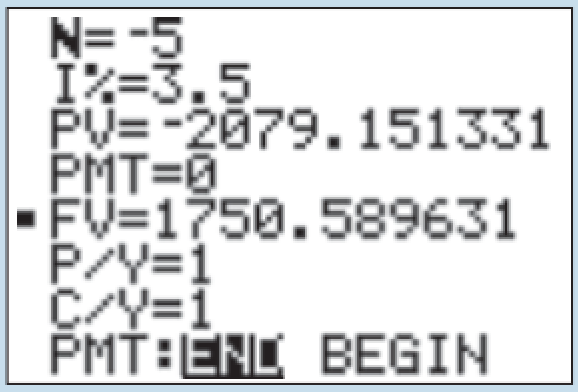


Om de tussentijdse waarde van de annuïteit 5 jaar na de begindatum te berekenen, stellen we N gelijk aan 5, veranderen het teken van de berekende aanvangswaarde achter PV en stellen PMT gelijk aan 0. We berekenen de variabele FV.

Om de tussentijdse waarde van de annuïteit 5 jaar voor de begindatum te berekenen, stellen we N gelijk aan -5.



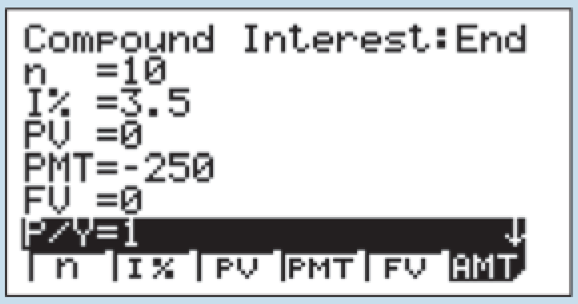




De gevraagde tussentijdse waarden zijn respectievelijk 2469,38 euro en 1750,59 euro.

CASIO

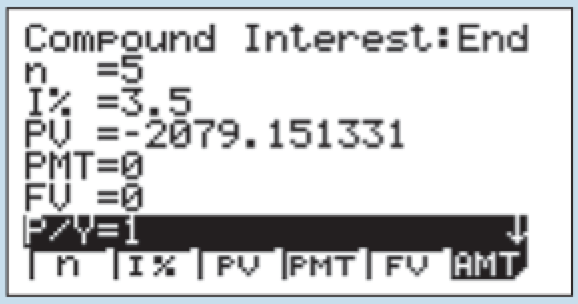
Om een tussentijdse waarde van een annuïteit te berekenen, zullen we eerst de aanvangswaarde berekenen.



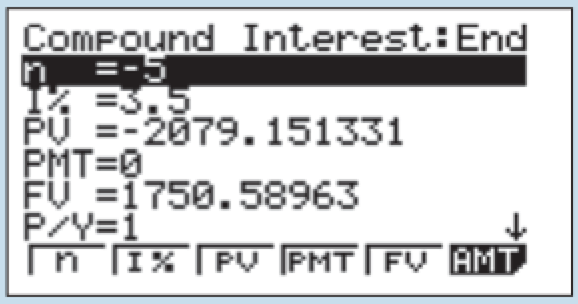


Om de tussentijdse waarde van de annuïteit 5 jaar na de begindatum te berekenen, keren we terug naar het invoerscherm met de functietoets onder REPT. We stellen n gelijk aan 5, PV gelijk aan – PV door de berekende aanvangswaarde te vermenigvuldigen met –1 en PMT gelijk aan 0.
We berekenen de tussentijdse waarde met de functietoets onder de variabele FV.

Om de tussentijdse waarde van de annuïteit 5 jaar voor de begindatum te kennen, stellen we n gelijk aan –5.









De gevraagde tussentijdse waarden zijn respectievelijk 2469,38 euro en 1750,59 euro.

13

Controleer met ICT de rekenresultaten in de voorgaande opdrachten 10, 11 en 12.

14

Daan is 12 jaar. Zijn peter Lieven voorziet dat hij 4 jaar universitaire studies gaat volgen en wil zijn steentje bijdragen. Welk bedrag moet peter Lieven nu opzij zetten tegen een rentevoet van 3 % zodat hij Daan vanaf zijn 18e verjaardag tot en met zijn 21e verjaardag telkens 2500 euro kan geven?

Uitdagingen

Termijn

1 Een sportclub leent 300 000 euro tegen een rentevoet van 3,75 % om de renovatie van zijn sporthal te kunnen bekostigen. De lening wordt afbetaald in 120 maandelijkse stortingen te beginnen één maand na de ondertekening van het contract. Bereken de maandelijkse termijn.

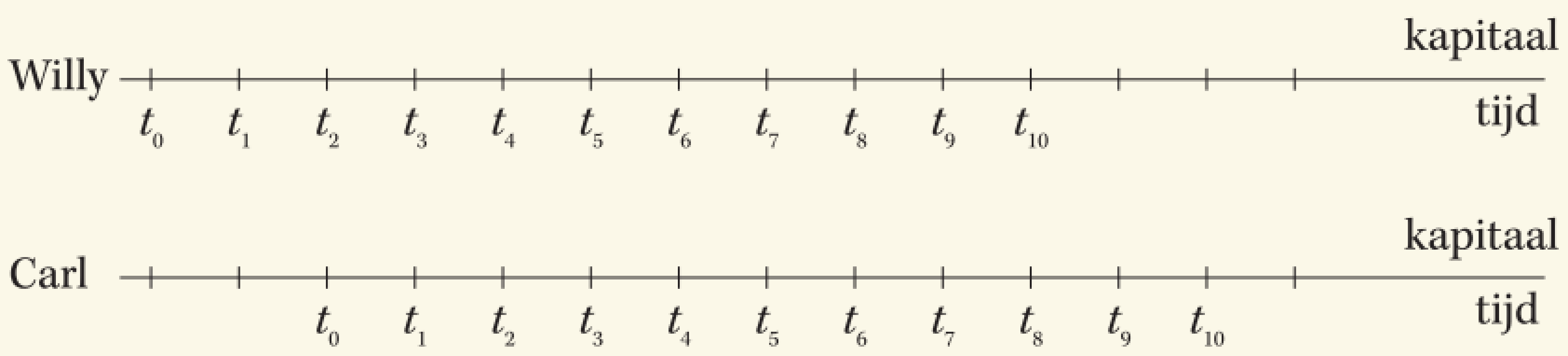
2 Vanaf 10 januari 2013 spaart Nisse de 10e van elke maand 10 euro. Zijn zus Fiene wil vanaf 10 januari 2014 maandelijks een bedrag opzij zetten zodat ze 3 jaar later bij de 36e storting over evenveel geld als Nisse kan beschikken. De rentevoet bedraagt 1,75 %. Welk bedrag moet Fiene maandelijks sparen?

3 Vanaf 31 december 2013 tot en met 31 december 2022 stort de heer Peeters jaarlijks een vast bedrag op zijn spaarrekening met een vaste rentevoet van 2 %. Hij wil 10 jaar na de laatste storting kunnen beschikken over een kapitaal van 25 000 euro op zijn spaarrekening. Hoeveel bedraagt de termijn van dit spaarplan?

Tussentijdse waarde

4 Willy doet 10 jaarlijkse stortingen van 185 euro, telkens op het einde van elk jaar. De rentevoet bedraagt 1,75 %. Bij de derde storting doet zijn zoon Carl een eerste storting van een achterafbetaalbare annuïteit van 10 jaarlijkse termijnen van 190 euro tegen een rentevoet van 1,75 %.

1 Stel beide spaarplannen voor op een tijdpad.



2 Wat is de slotwaarde van de annuïteit van Willy?

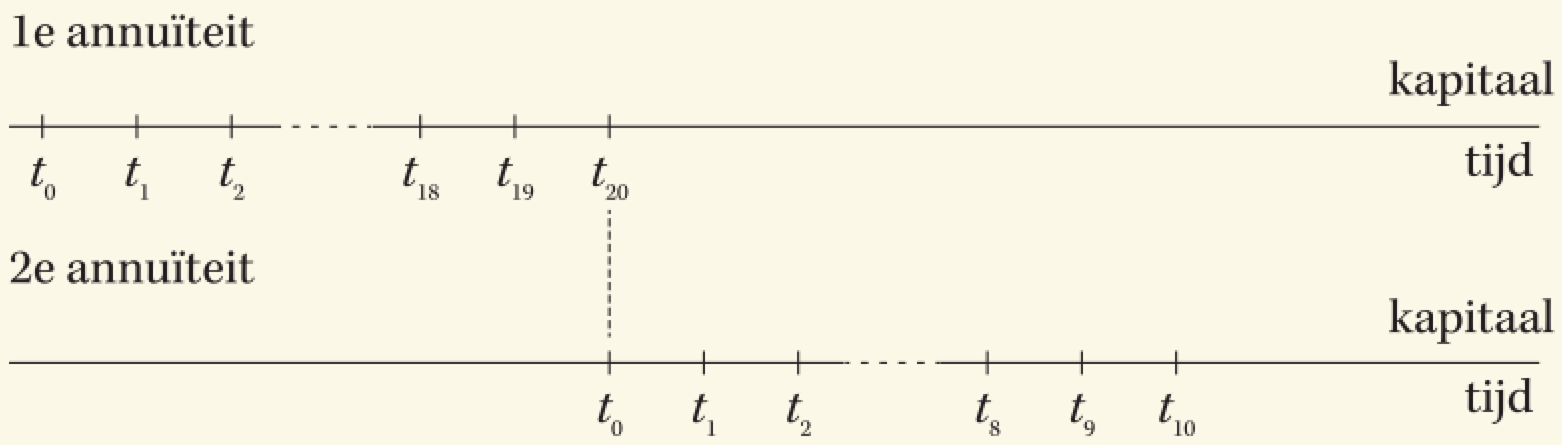
3 Wat is de slotwaarde van de annuïteit van Carl?

4 Wat is de tussentijdse waarde van de annuïteit van Willy op de einddatum van de annuïteit van Carl?

5 Wie heeft het beste spaarplan?

5 Dirk zet gedurende 20 jaar, telkens op het einde van het jaar, 3000 euro uit tegen een rentevoet van 3 %. Een jaar na de laatste storting neemt hij elk jaar, 6000 euro op gedurende 10 jaar. Welk bedrag houdt Dirk nog over als hij voor de 10e maal 6000 euro opneemt?

1. Stel deze 2 annuïteiten voor op een tijdpad.



2. Bereken de slotwaarden van beide annuïteiten.
3. Bereken de tussentijdse waarde van de 1e annuïteit op de einddatum van de 2e annuïteit.
4. Hoe lossen we nu het gestelde probleem op?
5. Formuleer het antwoord.

4

Toepassingen van annuïteiten

Wie een huis of een auto wil aankopen, moet over het nodige geld beschikken. Ook herstellings- of verbouwingswerken aan de eigen woning of het geven van een feest kunnen heel wat centen kosten. Financiële instellingen weten dat en bieden de klant de mogelijkheid deze belangrijke uitgaven over verschillende maanden of jaren te spreiden. De keuze van een kredietvorm hangt af van de aard van de te verwerven goederen en ook van onze wensen.

- Is het te lenen geld bestemd voor de aankoop van een woning?
- Betalen we een voorschot op de aan te kopen goederen?
- Moet het krediet dienen om de belastingen te betalen?
- Willen we eigenaar worden van de goederen of ze huren voor een bepaalde tijd?

De meeste kredietvormen zijn door de wet omschreven en onderworpen aan voorschriften. De meeste bedragen en rentevoeten vermeld op kredietovereenkomsten, kunnen we narekenen met formules voor intrestberekening en annuïteiten.

4.1 Woonkrediet

4.2 Consumentenkrediet



4.1 Woonkrediet

▶ Hypothecair krediet

1 Instap

Ellen en Pieter kunnen hun droomhuisje kopen voor 235 000 euro.



Om dit te kunnen betalen, nemen ze 45 000 euro van hun spaargeld op en lenen ze het resterende bedrag. Hun bank biedt hen een lening aan met een looptijd van 25 jaar tegen een vaste rentevoet van 3,50 %. Als trouwe klanten genieten ze van een korting van 0,30 %.

1. Welk bedrag lenen Ellen en Pieter bij hun bank? ....
2. Hoeveel bedraagt de verminderde rentevoet van de lening? ....
3. Als de terugbetalingen maandelijks gebeuren, na hoeveel betalingen is de lening dan afgelost?

   ....
4. Wat is de maandelijkse rentevoet die gelijkwaardig is met de verminderde jaarlijkse rentevoet?

   ....

   ....
5. Als we het geleende bedrag beschouwen als de aanvangswaarde van een achterafbetaalbare annuïteit, wat is dan de maandelijkse termijn van deze annuïteit?

   ....

   ....
6. Hoeveel zullen Ellen en Pieter maandelijks moeten afbetalen voor hun lening?

   ....

Woonkrediet

Om een huis te kopen, te bouwen of te verbouwen, zullen we meestal een grote som geld lenen bij een financiële instelling. De bankier vraagt een waarborg onder de vorm van een hypotheek op het huis. De woning wordt als onderpand genomen en bij wanbetaling zal de bankier het uitgeleende geld terugvorderen door bijvoorbeeld het huis te laten verkopen.
Leningen met een onroerend goed als onderpand noemen we **hypothecaire kredieten** of **woonkredieten**. De terugbetalingsmodaliteiten en de hypothecaire inschrijving worden door een notaris opgenomen in een authentieke akte.



Het bedrag dat we bij een bank kunnen lenen, mag de waarde van de woning bij een openbare verkoop niet overschrijden. Deze waarde wordt eventueel geschat door een aangestelde expert. Voor elk toegekend woonkrediet rekent de financiële instelling schattings- en dossierkosten aan.

De financiële instellingen zijn verplicht om in contracten een reële rentevoet te vermelden waarin alle kosten en kortingen zijn verrekend. Door deze maatregel kunnen we verschillende aanbiedingen van woonkredieten beter met elkaar vergelijken.

Een andere belangrijke factor bij de bepaling van het ontleende bedrag is het gezinsinkomen. Maandelijkse terugbetalingen mogen meestal niet meer dan een derde van het totale maandelijkse gezinsinkomen vertegenwoordigen.

De lening kan op verschillende manieren terugbetaald worden. Zo maken banken een onderscheid tussen een lening met constante termijn en een lening met constante kapitaalaflossing.
- Bij een **lening met constante termijn** zijn de periodieke stortingen gelijk. In de beginperiode wordt er meer intrest terugbetaald dan kapitaal.
- Bij een **lening met constante kapitaalaflossing** bestaan de veranderlijke periodieke stortingen uit een vast gedeelte kapitaal vermeerderd met de intrest.

De periodieke stortingen gebeuren meestal maandelijks. De intrest vermindert naarmate er meer kapitaal is terugbetaald.

Leningen met constante termijn

De formules in verband met achterafbetaalbare annuïteiten gelden ook voor woonkredieten terugbetaalbaar met gelijkblijvende stortingen. Het ontleende kapitaal komt overeen met de aanvangswaarde van een achterafbetaalbare annuïteit en de periodieke stortingen zijn gelijk aan de termijn.

$$A = \frac{a}{i}\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right] \qquad a = \frac{A \cdot i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$$

We weten dat deze formules ook gelden voor semestriële, trimestriële of maandelijkse termijnen. We vervangen dan de jaarlijkse rentevoet i door de gelijkwaardige rentevoet i_2, i_4 of i_{12}. De letter n blijft het aantal termijnen aanduiden.

Voorbeeld

We berekenen de maandelijkse aflossing van een lening van 100 000 euro waarvan de jaarlijkse rentevoet 4,15 % bedraagt en de looptijd 15 jaar is.

$(1 + i_{12})^{12} = 1 + i$ — **formule voor gelijkwaardige rentevoeten**

$i_{12} = \sqrt[12]{1 + i} - 1$

$i_{12} = \sqrt[12]{1 + 0{,}0415} - 1$ — **$i = 4{,}15\ \% = 0{,}0415$**

$= 0{,}00339...$

$$a = \frac{A \cdot i_{12}}{1 - \frac{1}{(1 + i_{12})^n}}$$

formule voor termijn van achterafbetaalbare annuïteiten

$$a = \frac{100\,000 \cdot 0{,}00339...}{1 - \frac{1}{(1 + 0{,}00339...)^{180}}}$$

$A = 100\,000$ $\quad i_{12} = 0{,}00339...$ $\quad n = 15 \cdot 12 = 180$

$= 743{,}356...$

De maandelijkse termijn bedraagt 743,36 euro.

2

Carl en Nadia willen een huis kopen. Zij gaan bij hun financiële instelling een woonkrediet van 100 000 euro aan met een looptijd van 20 jaar en een rentevoet van 3 %. Als de terugbetalingen jaarlijks gebeuren, wat is dan de jaarlijkse termijn van dit woonkrediet?

....

....

....

3

Gegeven is een woonkrediet van 50 000 euro tegen een rentevoet van 3,25 % en waarbij de terugbetalingen maandelijks gebeuren.

1 Bereken de gelijkwaardige maandelijkse rentevoet.

2 Bereken de maandelijkse termijn van dit woonkrediet voor de volgende looptijden.

a 10 jaar

b 15 jaar

c 20 jaar

4

Bereken de maandelijkse termijn van een woonkrediet van 75 000 euro tegen de gegeven rentevoet en met een looptijd van 20 jaar.

1 4,50 %

2 4,75 % ....

....

....

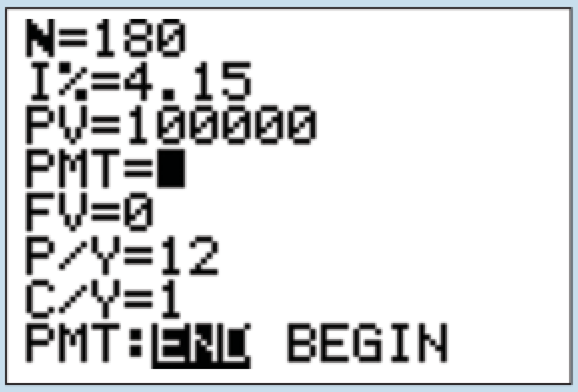
....

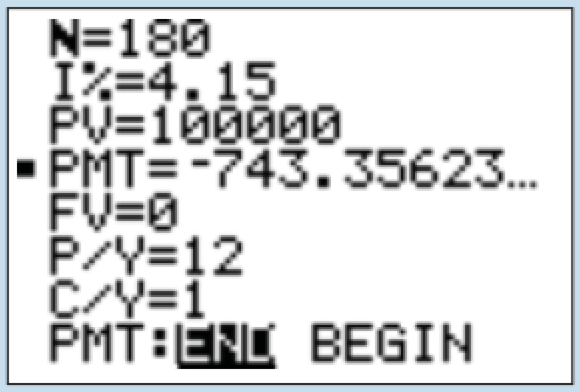
Termijn van een lening

We berekenen de maandelijkse aflossing van een lening van 100 000 euro waarvan de jaarlijkse rentevoet 4,15 % bedraagt en de looptijd 15 jaar is.

TEXAS INSTRUMENTS

We stellen N gelijk aan 180, de jaarlijkse rentevoet I % gelijk aan 4,15, de aanvangswaarde PV gelijk aan 100 000 en de slotwaarde FV gelijk aan 0. De variabele P/Y stellen we gelijk aan 12 omdat we 12 betalingen per jaar doen. De variabele C/Y neemt automatisch de waarde van P/Y aan maar geven we de waarde 1. Omdat de betalingen achteraf gebeuren of bij het einde van elke periode, kiezen we voor de optie END.

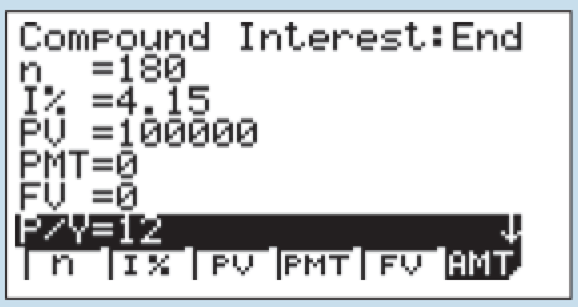


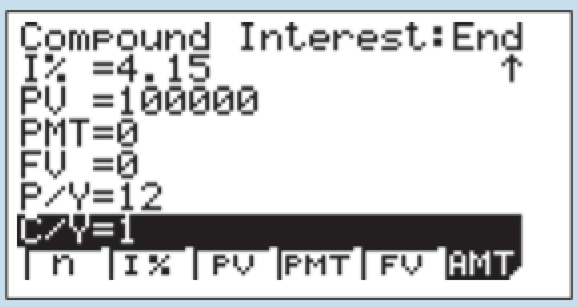


De maandelijkse termijn bedraagt 743,36 euro.

CASIO

We stellen eerst in het configuratiescherm de parameter Payment in op End omdat de betalingen op het einde van elke periode gebeuren. Daarna stellen we n gelijk aan 180, de jaarlijkse rentevoet I % gelijk aan 4,15, de aanvangswaarde PV gelijk aan 100 000 en de slotwaarde FV gelijk aan 0. De variabele P/Y stellen we gelijk aan 12 omdat we 12 betalingen per jaar doen. De variabele C/Y neemt automatisch de waarde van P/Y aan maar geven we de waarde 1.







De maandelijkse termijn bedraagt 743,36 euro.

5

Controleer met ICT de rekenresultaten in de voorgaande opdrachten 2, 3 en 4.

6

Bereken de jaarlijkse termijn van het woonkrediet met de volgende gegevens.

	ontleend kapitaal	jaarlijkse rentevoet	looptijd	jaarlijkse termijn
1	50 000 EUR	4,50 %	15 jaar	....
2	150 000 EUR	3,50 %	20 jaar	....
3	85 000 EUR	3,75 %	10 jaar	....

7

Bereken de maandelijkse termijn van het woonkrediet met de volgende gegevens.

	ontleend kapitaal	jaarlijkse rentevoet	looptijd	maandelijkse termijn
1	200 000 EUR	3,50 %	15 jaar	....
2	150 000 EUR	4,25 %	20 jaar	....
3	70 000 EUR	3,35 %	10 jaar	....

8

Mark en An hebben samen een maandelijks inkomen van 3000 euro en kunnen een woonkrediet aangaan met een looptijd van 20 jaar tegen een rentevoet van 4,25 %. Als de maandelijkse terugbetalingen niet meer dan een derde van het gezinsinkomen mogen vertegenwoordigen, wat is dan het maximale bedrag dat Mark en An kunnen lenen?

....

....

....

....

....

Aflossingsplan

9 Instap

Sarah en Steven willen een bouwgrond kopen voor een bedrag van 70 000 euro. Bij hun bank gaan ze hiervoor een woonkrediet aan tegen een rentevoet van 3,50 %. Zij wensen terug te betalen met 5 gelijke jaarlijkse stortingen.



1 Wat is de jaarlijkse termijn van dit woonkrediet?

....

....

....

2 Op welk kapitaal betalen ze op de 1e vervaldag intrest?

....

3 Hoe groot is de intrest die ze op de 1e vervaldag betalen?

....

....

4 Hoeveel van het geleende bedrag betalen ze terug op de 1e vervaldag?

....

....

5 Hoeveel van het geleende bedrag moeten ze nog terugbetalen na de 1e storting?

....

....

6 Stel dat Sarah en Steven een lening met constante kapitaalaflossing afsluiten en terugbetalen met 5 veranderlijke jaarlijkse stortingen. Hoeveel van het geleende bedrag betalen ze dan terug op de 1e vervaldag?

....

....

7 Wat is dan de jaarlijkse termijn op de 1e vervaldag?

....

....

8 Hoeveel van het geleende bedrag moeten ze dan nog terugbetalen na de 1e storting?

....

....

....

Aflossingsplan van een woonkrediet

Bij een woonkrediet bestaat elke termijn uit twee delen: het **rentedeel** en het **kapitaaldeel**.

- Het rentedeel is een gedeelte van de verschuldigde rentevergoeding en wordt ook de **rentelast** genoemd.
- Het kapitaaldeel is de terugbetaling van een gedeelte van het ontleende bedrag en wordt ook aangeduid met de term **aflossing**.

Als we het rentedeel van de m-de termijn aanduiden met r_m en het kapitaaldeel met k_m, dan kunnen we schrijven:

$$a_m = r_m + k_m$$

a_m : m-de termijn
r_m : rentedeel van m-de termijn
k_m : kapitaaldeel van m-de termijn

Na het betalen van de m-de termijn vermindert het nog af te lossen kapitaal met k_m.
Het nog verschuldigde kapitaal noemen we de **uitstaande schuld** en stellen we voor met U_m.

$$U_m = U_{m-1} - k_m$$

U_m : uitstaande schuld na m-de storting
U_{m-1} : uitstaande schuld voor m-de storting

Merk op

Voor een lening met constante termijn stellen we $a_m = a$ en voor een lening met constante kapitaalaflossing stellen we $k_m = k$ in bovenstaande formules.

Aflossingsplan

Van een hypothecair krediet kunnen we het kapitaaldeel en het rentedeel van elke termijn berekenen en systematisch noteren in een tabel. Dit overzicht noemen we een **aflossingsplan** of een **aflossingstabel**. Ook andere gegevens kunnen hierin vermeld worden: de datum van elke vervaldag, het vervaldagnummer en de nog uitstaande schuld. Het aflossingsplan is opgenomen in de authentieke akte van het woonkrediet.

Merk op

Alle berekeningen gebeuren met ICT, dus zonder afrondingen.
De bedragen in de tabel zijn het resultaat van de berekeningen, afgerond op 2 decimalen.

Voorbeeld

In de instaptaak lenen Sarah en Steven 70 000 euro tegen een rentevoet van 3,50 % en wensen het woonkrediet terug te betalen met 5 jaarlijkse stortingen.

We stellen een aflossingstabel voor dit woonkrediet op als de termijn constant is. $a_m = a$

termijn a	rentedeel r_m	kapitaaldeel k_m	uitstaande schuld U_m
			$U_0 = 70\,000$
$a = 15\,503{,}70$	$r_1 = 2450{,}00$	$k_1 = 13\,053{,}70$	$U_1 = 56\,946{,}30$
$a = 15\,503{,}70$	$r_2 = 1993{,}12$	$k_2 = 13\,510{,}58$	$U_2 = 43\,435{,}73$
$a = 15\,503{,}70$	$r_3 = 1520{,}25$	$k_3 = 13\,983{,}45$	$U_3 = 29\,452{,}28$
$a = 15\,503{,}70$	$r_4 = 1030{,}83$	$k_4 = 14\,472{,}87$	$U_4 = 14\,979{,}42$
$a = 15\,503{,}70$	$r_5 = 524{,}28$	$k_5 = 14\,979{,}42$	$U_5 = 0$

De bedragen vermeld in de aflossingstabel op de 1e vervaldag, rekenen we na als volgt:

$$a = \frac{A \cdot i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$$ formule voor termijn van achterafbetaalbare annuïteit

$$a = \frac{70\,000 \cdot 0{,}035}{1 - \frac{1}{(1+0{,}035)^5}}$$ $A = U_0 = 70\,000$ $i = 3{,}50\,\% = 0{,}035$ $n = 5$

$$= 15\,503{,}696...$$

$r_1 = U_0 \cdot i$ formule voor enkelvoudige intrestberekening

$r_1 = 70\,000 \cdot 0{,}035$ $U_0 = 70\,000$ $i = 3{,}50\,\% = 0{,}035$

$= 2450$

$k_1 = a - r_1$ $a = r_m + k_m$

$k_1 = 15\,503{,}696... - 2450$ $a = 15\,503{,}696...$ $r_1 = 2450$

$= 13\,053{,}696...$

$U_1 = U_0 - k_1$ uitstaande schuld

$U_1 = 70\,000 - 13\,053{,}696...$ $U_0 = 70\,000$ $k_1 = 13\,053{,}696...$

$= 56\,946{,}303...$

We merken op dat elk kapitaaldeel k_m gelijk is $k_{m-1} \cdot (1 + i)$. We rekenen na:

$k_2 = k_1 \cdot (1 + i)$

$k_2 = 13\,053{,}696... \cdot (1 + 0{,}035)$ $k_1 = 13\,053{,}696...$ $i = 3{,}50\,\% = 0{,}035$

$= 13\,510{,}575...$

We stellen een aflossingstabel voor dit woonkrediet op als de kapitaalaflossing constant is. $k_m = k$

termijn a_m	rentedeel r_m	kapitaaldeel k	uitstaande schuld U_m
			$U_0 = 70\,000$
$a_1 = 16\,450$	$r_1 = 2450$	$k = 14\,000$	$U_1 = 56\,000$
$a_2 = 15\,960$	$r_2 = 1960$	$k = 14\,000$	$U_2 = 42\,000$
$a_3 = 15\,470$	$r_3 = 1470$	$k = 14\,000$	$U_3 = 28\,000$
$a_4 = 14\,980$	$r_4 = 980$	$k = 14\,000$	$U_4 = 14\,000$
$a_5 = 14\,490$	$r_5 = 490$	$k = 14\,000$	$U_5 = 0$

De bedragen vermeld in de aflossingstabel op de 1e vervaldag, rekenen we na als volgt:

$k = \dfrac{U_0}{5}$ — constante kapitaalaflossing

$k = \dfrac{70\,000}{5}$ — $U_0 = 70\,000$

$= 14\,000$

$U_1 = U_0 - k$ — uitstaande schuld

$U_1 = 70\,000 - 14\,000$ — $U_0 = 70\,000$ $k = 14\,000$

$= 56\,000$

$r_1 = U_0 \cdot i$ — formule voor enkelvoudige intrestberekening

$r_1 = 70\,000 \cdot 0{,}035$ — $U_0 = 70\,000$ $i = 3{,}50\,\% = 0{,}035$

$= 2450$

$a_1 = r_1 + k$ — $a_m = r_m + k$

$a_1 = 2450 + 14\,000$ — $r_1 = 2450$ $k = 14\,000$

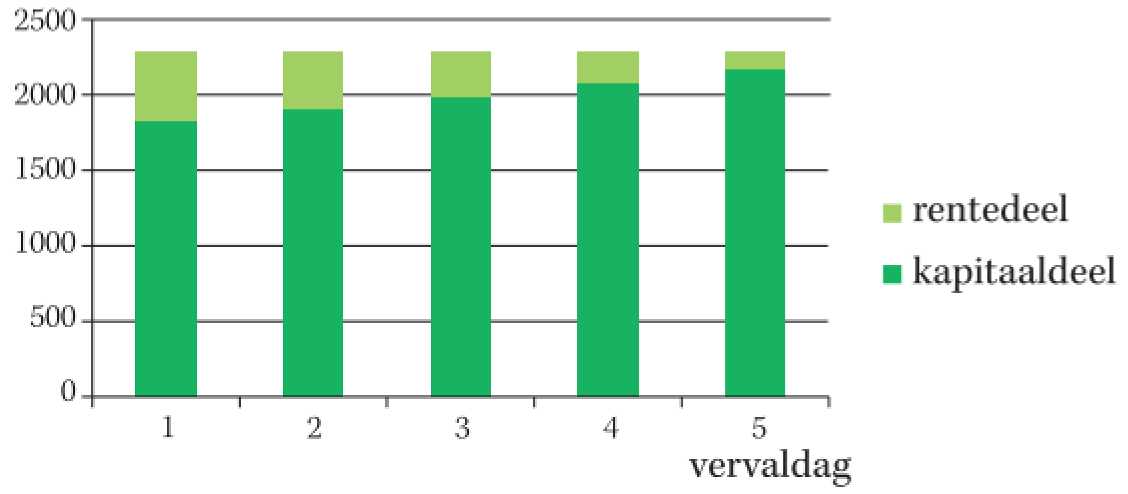
$a_1 = 16\,450$



10

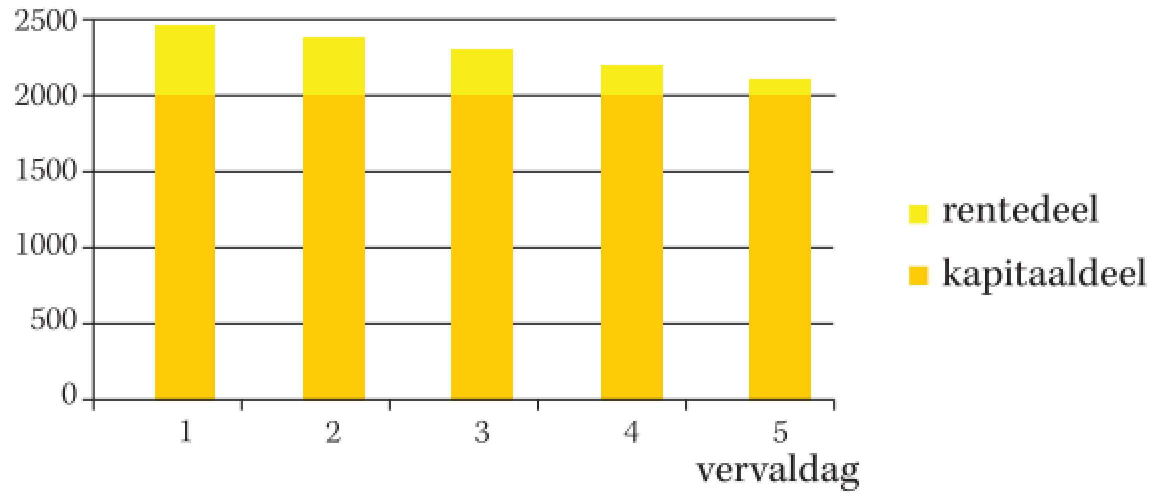
Het stapeldiagram toont het verloop van het rentedeel en het kapitaaldeel van de termijn op de vervaldagen. Welke soort lening wordt voorgesteld? Schrijf de passende benaming onder het diagram.

1 termijn (EUR)



....

2 termijn (EUR)



....

11

Els en Jan gaan hun woning verbouwen. Zij gaan hiervoor een woonkrediet aan van 40 000 euro met een looptijd van 15 jaar en tegen een rentevoet van 4 %.

1 De terugbetalingen gebeuren jaarlijks met constante termijnen.

a Bereken de termijn.

....

....

....

b Bereken het rentedeel en het kapitaaldeel van de eerste termijn.

....

....

....

2 De terugbetalingen gebeuren jaarlijks met constante kapitaalaflossingen.

a Bereken het kapitaaldeel van elke termijn.

....

....

b Bereken het rentedeel en de termijn op de eerste vervaldag.

....

....

....

12

Een woonkrediet van 60 000 euro wordt terugbetaald door 240 maandelijkse stortingen en tegen een jaarlijkse rentevoet van 4,25 %.

1 Bereken de gelijkwaardige maandelijkse rentevoet.

....

....

2 Het woonkrediet is een lening met constante termijn.

a Bereken de maandelijkse termijn.

....

....

....

b Bereken het rentedeel en het kapitaaldeel van de eerste termijn.

....

....

....

3 Het woonkrediet is een lening met constante kapitaalaflossing.

a Bereken het kapitaaldeel van elke maandelijkse termijn.

....

....

b Bereken het rentedeel en de termijn op de eerste vervaldag.

....

....

....

13

Gegeven is de onvolledige aflossingstabel van een woonkrediet van 20 000 euro tegen 4 % en terugbetaalbaar door 10 jaarlijkse stortingen.

vervaldag m	termijn a_m	rentedeel r_m	kapitaaldeel k	uitstaande schuld U_m
				20 000
1	2800	800	2000	18 000
2	2720	720	2000	16 000
3	....	640	2000	14 000
4	2560	560	2000	12 000
5	2480	....	2000	10 000
6	2400	400	2000	8000
7	2320	320	2000	....
8	....	....	2000	....
9	2160	160	2000	2000
10	2080	80	2000	0

1 Welke soort woonkrediet wordt hier voorgesteld? Zet een vinkje bij de passende benaming.

lening met constante termijn ☐ lening met constante kapitaalaflossing ☐

2 Bereken de ontbrekende elementen a_3, r_5, U_7, a_8, r_8 en U_8.

....

....

....

....

....

....

14

Gegeven is de onvolledige aflossingstabel van een woonkrediet van 20 000 euro tegen 4 % en terugbetaalbaar door 10 jaarlijkse stortingen.

vervaldag m	termijn a	rentedeel r_m	kapitaaldeel k_m	uitstaande schuld U_m
				20 000
1	2465,82	800,00	1665,82	18 334,18
2	2465,82	733,37	1732,45	16 601,73
3	2465,82	664,07	....	14 799,98
4	2465,82	592,00	1873,82	12 926,16
5	2465,82	....	1948,77	10 977,39
6	2465,82	439,10	2026,72	8950,66
7	2465,82	358,03	....	....
8	2465,82	....	2192,10	4650,77
9	2465,82	186,03	2279,79	....
10	2465,82	94,84	2370,98	0

1 Welke soort woonkrediet wordt hier voorgesteld? Zet een vinkje bij de passende benaming.

lening met constante termijn ☐ lening met constante kapitaalaflossing ☐

2 Bereken de ontbrekende elementen k_3, r_5, k_7, U_7, r_8 en U_9.

....

....

....

....

....

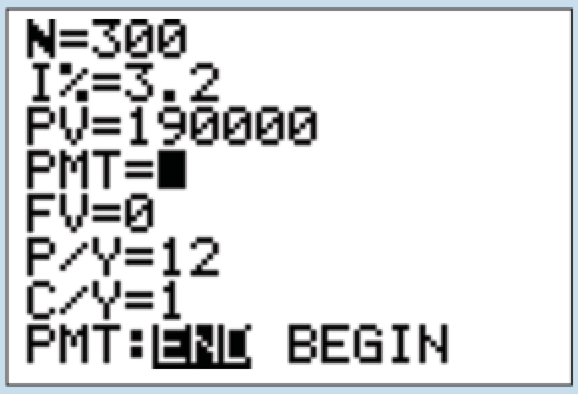
....

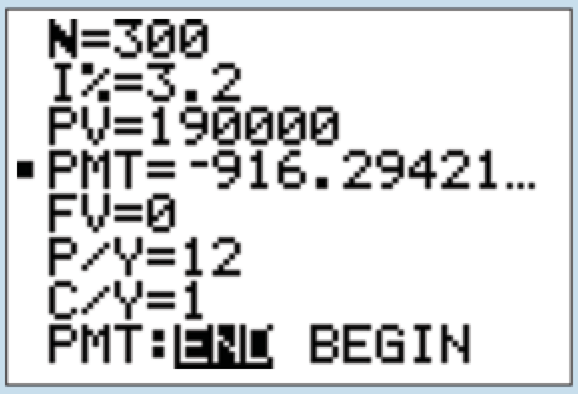
Aflossingstabel van een woonkrediet

We stellen de aflossingstabel op voor een woonkrediet van 190 000 euro dat terugbetaalbaar is met constante maandelijkse termijnen gedurende 25 jaar tegen een rentevoet van 3,20 %.

TEXAS INSTRUMENTS

We berekenen eerst de maandelijkse termijn van dit woonkrediet.





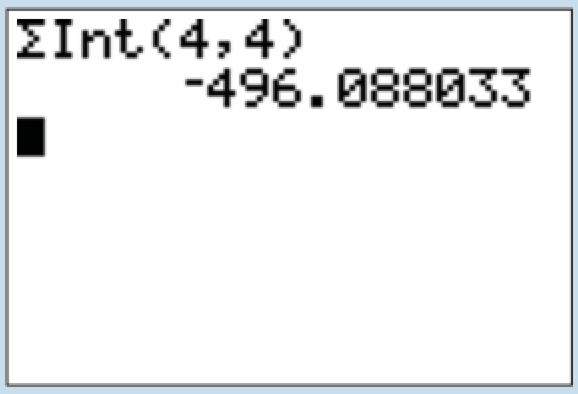
Om het rentedeel, het kapitaaldeel en de uitstaande schuld op de vierde vervaldag te berekenen, keren we terug naar het gewone rekenscherm. We gebruiken de functies ΣInt, ΣPrn en bal uit het financiële rekenmenu CALC.

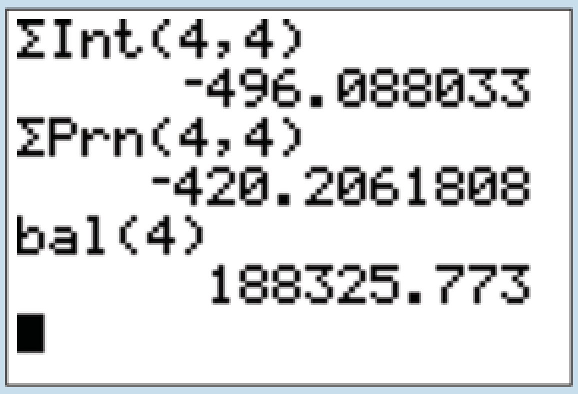
- [2nd] [QUIT]

  [APPS] [1: Finance] [A: ΣInt] 4 [,] 4 [)] [ENTER]

  [APPS] [1: Finance] [0: ΣPrn] 4 [,] 4 [)] [ENTER]

  [APPS] [1: Finance] [9: bal] 4 [)] [ENTER]





Met ΣInt (4, 4) en ΣPrn (4, 4) berekenen we eigenlijk de som van respectievelijk de rentedelen en de kapitaaldelen van de 4e vervaldag tot en met de 4e vervaldag. Met bal (4) berekenen we de uitstaande schuld op de 4e vervaldag.

Aflossingstabel

Om de aflossingstabel van dit woonkrediet te berekenen, voeren we in het Y-scherm de functievoorschriften Y1 = ΣInt (X, X), Y2 = ΣPrn (X, X) en Y3 = bal (X) in.

In het scherm TABLE SETUP stellen we de beginwaarde Tbl Start en de stapgrootte ΔTbl gelijk aan 1.

- [Y=]

  [APPS] [1: Finance] [A: ΣInt] [X,T, θ ,n] [,] [X,T, θ ,n] [)] [ENTER]

  [APPS] [1: Finance] [0: ΣPrn] [X,T, θ ,n] [,] [X,T, θ ,n] [ )] [ENTER]

  [APPS] [1: Finance] [9: bal] [X,T, θ ,n] [)] [ENTER]

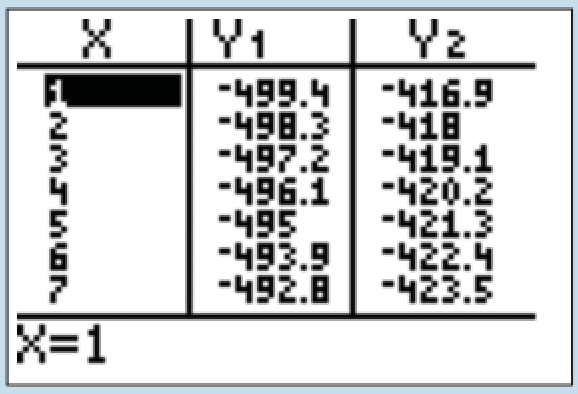
  [2nd] [TBLSET] 1 [ENTER] 1

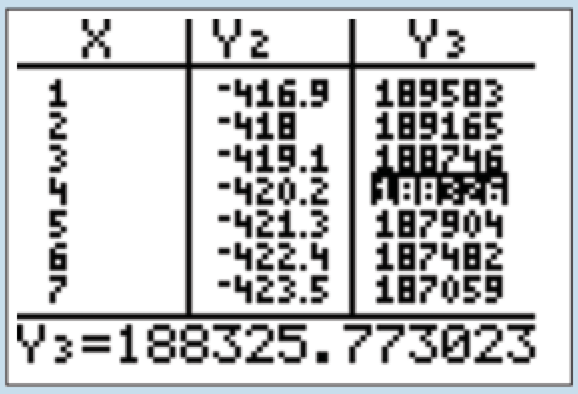




Tenslotte drukken we de toets TABLE om de aflossingstabel te berekenen.

- [2nd] [TABLE] [▼: 3-maal] [▶: 3-maal]

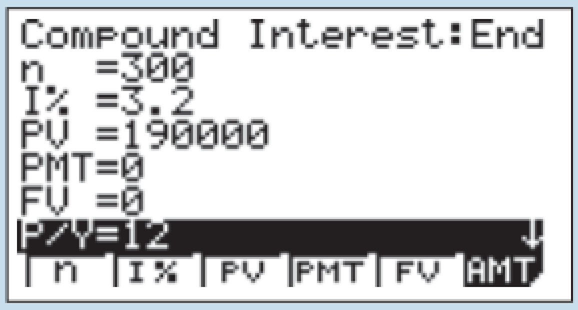


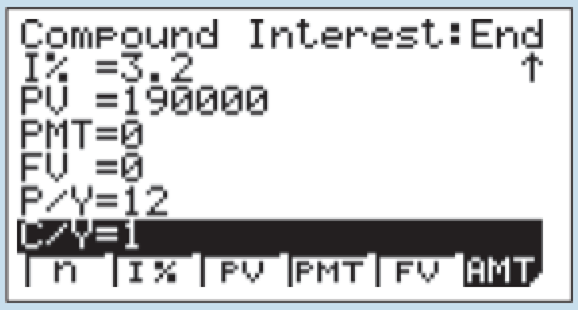


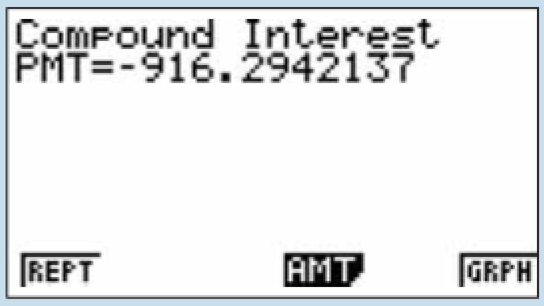
Met de pijltjestoetsen kunnen we de cursor laten bewegen over de tabel om zo de waarden van de financiële variabelen ΣInt, ΣPrn en bal nauwkeuriger te kunnen aflezen onderaan het scherm.

CASIO

We berekenen eerst de maandelijkse termijn van dit woonkrediet.







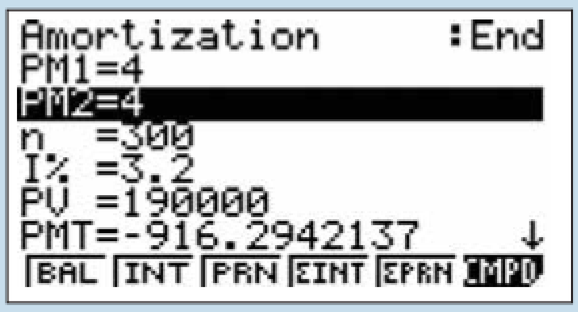
We verlaten het scherm Compound Interest en roepen het scherm Amortization op. Om het rentedeel, het kapitaaldeel en de uitstaande schuld te berekenen op de 4e vervaldag, stellen we PM1 en PM2 gelijk aan 4. De andere variabelen n, I%, PV, PMT, FV, P/Y en C/Y staan ingesteld zoals in het scherm Compound Interest. Het rentedeel berekenen we met de functietoets onder de variabele INT, het kapitaaldeel met de functietoets onder PRN en de uitstaande schuld of kapitaalsaldo met de functietoets BAL.

- [F4: AMT] 4 [EXE] 4 [EXE]

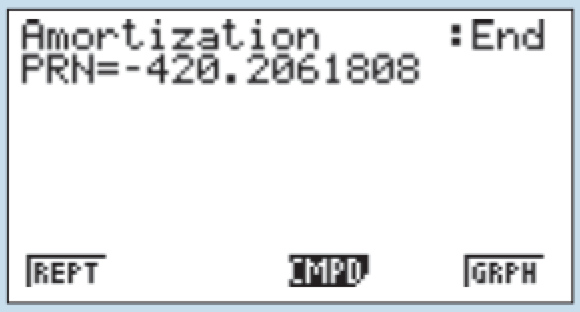
  [F2: INT]

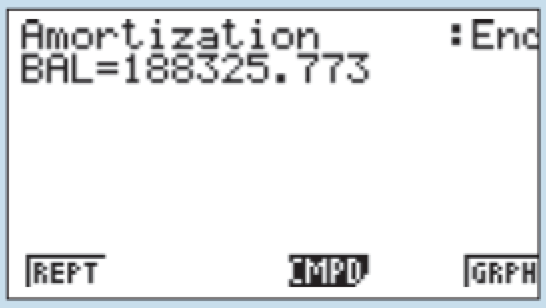
  [F1: REPT] [F3: PRN]

  [F1: REPT] [F1: BAL]



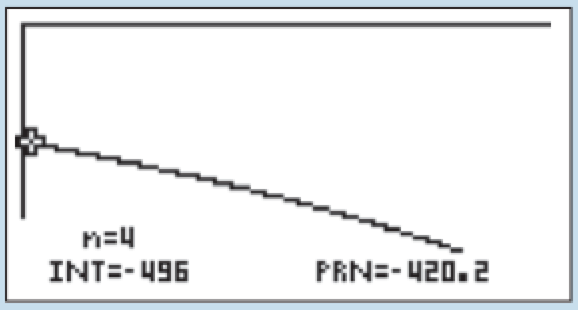






Om de grafische voorstelling van de aflossingstabel van dit woonkrediet te verkrijgen, drukken we op de functietoets onder GRPH. Door de functietoets TRACE te activeren, kunnen we met de pijltjestoetsen de cursor laten bewegen op de grafiek en zo de waarden van de variabelen INT en PRN bij elke vervaldag n aflezen.

■ [F6: GRPH] [SHIFT] [F1: TRCE] [▶: 3-maal]



15

Stel een aflossingstabel op voor een woonkrediet van 45 000 euro tegen 3,50 % en terugbetaalbaar door 8 constante jaarlijkse termijnen.

vervaldag m	termijn a	rentedeel r_m	kapitaaldeel k_m	uitstaande schuld U_m
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

Aflossingstabel van een woonkrediet met EXCEL

We stellen de aflossingstabel op voor een woonkrediet van 190 000 euro dat terugbetaalbaar is met constante maandelijkse termijnen gedurende 25 jaar tegen een rentevoet van 3,20 %.

EXCEL

Met het rekenprogramma Excel kunnen we de aflossingstabel van een woonkrediet opstellen. In het Excel-werkblad kunnen we de waarden van de financiële variabelen van het gegeven woonkrediet aflezen.

	A	B	C	D	E
1	**INVOER**				
2					
3	Ontleend kapitaal:		€ 190 000,00		
4	Looptijd in jaar:		25		
5	Aantal betalingen per jaar:		12		
6	Jaarlijkse rentevoet:		3,20 %		
7					
8	**UITVOER**				
9					
10	Aantal betalingen:		300		
11	Rentevoet per periode:		0,262834 %		
12	Termijn:		€ 916,29		
13					
14	**AFLOSSINGSTABEL**				
15					
16	Nummer vervaldag	Termijn	Rentedeel	Kapitaaldeel	Uitstaande schuld
17	0				190 000,00
18	1	916,29	499,38	416,91	189 583,09
19	2	916,29	498,28	418,01	189 165,08
20	3	916,29	497,19	419,10	188 745,98
21	4	916,29	496,08	420,21	188 325,77
22	5	916,29	494,98	421,31	187 904,46
23	6	916,29	493,87	422,42	187 482,04
24	7	916,29	492,76	423,53	187 058,52
25	8	916,29	491,65	424,64	186 633,87
312	295	916,29	14,31	901,98	4545,57
313	296	916,29	11,94	904,35	3641,22
314	297	916,29	9,57	906,72	2734,50
315	298	916,29	7,18	909,11	1825,39
316	299	916,29	4,79	911,50	913,89
317	300	916,29	2,40	913,89	0,00
318	Totaal	274887,00	84887,00	190000,00	

In de rubriek INVOER vullen we de gegevens van het woonkrediet in: we stellen het ontleende kapitaal gelijk aan 190 000, de looptijd gelijk aan 25, het aantal betalingen per jaar gelijk aan 12 en de jaarlijkse rentevoet gelijk aan 3,20 %.

Het programma Excel berekent en toont in de rubriek UITVOER het totaal aantal maandelijkse betalingen (300), de maandelijkse rentevoet (0,262834 %), de termijn (916,29 EUR) en het aflossingsplan.

De berekeningen van het rentedeel en het kapitaaldeel van elke termijn evenals de nog uitstaande schuld na het betalen van elke termijn kunnen we stapsgewijs volgen in het volgende schema.

rentedeel r_m	kapitaaldeel k_m	uitstaande schuld U_m
		U_0
$r_1 = U_0 \cdot i$	$k_1 = a - r_1$	$U_1 = U_0 - k_1$
$r_2 = U_1 \cdot i$	$k_2 = a - r_2$	$U_2 = U_1 - k_2$
$r_3 = U_2 \cdot i$	$k_3 = a - r_3$	$U_3 = U_2 - k_3$
...	...	...
$r_m = U_{m-1} \cdot i$	$k_m = a - r_m$	$U_m = U_{m-1} - k_m$
...	...	...
$r_n = U_{n-1} \cdot i$	$k_n = a - r_n$	$U_n = U_{n-1} - k_n = 0$

Het bestand Aflossingstabel.xlsx is te downloaden via www.knooppunt.net na activatie van de code vooraan in deze leermap.

16

Stel met EXCEL een aflossingstabel op voor een woonkrediet van 45 000 euro tegen 3,50 % en terugbetaalbaar door 8 constante jaarlijkse termijnen.

vervaldag m	termijn a	rentedeel r_m	kapitaaldeel k_m	uitstaande schuld U_m
				....
1	....	....	....	....
2	....	....	....	....
3	....	....	....	....
4	....	....	....	....
5	....	....	....	....
6	....	....	....	....
7	....	....	....	....
8	....	....	....	....

Vervroegde aflossing van een lening

Wanneer we een woonkrediet terugbetalen vóór het einde van de looptijd, dan spreken we van een **vervroegde aflossing**.

Op de vervaldag zullen we bij een vervroegde aflossing niet alleen de termijn en de uitstaande schuld betalen, maar ook de **wederbeleggingsvergoeding**. Dit is een vergoeding die de bankier aanrekent omdat hij het te vroeg afgeloste kapitaal opnieuw moet beleggen.

De uitstaande schuld op een vervaldag kunnen we ook rechtstreeks aflezen in de aflossingstabel van de lening.

Voorbeeld

Een woonkrediet van 25 000 euro met een looptijd van 20 jaar en tegen een rentevoet van 4,25 % betalen we jaarlijks terug met constante termijnen. We berekenen het bedrag dat we betalen op de 15e vervaldag bij een vervroegde aflossing.

In de aflossingstabel van de lening lezen we af dat de termijn gelijk is aan 1880,50 euro en dat de uitstaande schuld op de 15e vervaldag 8313,16 euro bedraagt.

INVOER

Ontleend kapitaal:	€ 25 000,00
Looptijd in jaar:	20
Aantal betalingen per jaar:	1
Jaarlijkse rentevoet:	4,25 %

UITVOER

Aantal betalingen:	20
Rentevoet per periode:	4,250000 %
Termijn:	€ 1 880,50

AFLOSSINGSTABEL

Nummer vervaldag	Termijn	Rentedeel	Kapitaaldeel	Uitstaande schuld
0				25 000,00
1	1 880,50	1 062,50	818,00	24 182,00
2	1 880,50	1 027,74	852,76	23 329,24
3	1 880,50	991,50	889,00	22 440,24
4	1 880,50	953,71	926,79	21 513,45
5	1 880,50	914,33	966,17	20 547,28
6	1 880,50	873,26	1 007,24	19 540,04
7	1 880,50	830,46	1 050,04	18 490,00
8	1 880,50	785,83	1 094,67	17 395,33
9	1 880,50	739,31	1 141,19	16 254,14
10	1 880,50	690,80	1 189,70	15 064,44
11	1 880,50	640,24	1 240,26	13 824,18
12	1 880,50	587,53	1 292,97	12 531,21
13	1 880,50	532,58	1 347,92	11 183,30
14	1 880,50	475,29	1 405,21	9 778,09
15	1 880,50	415,57	1 464,93	8 313,16
16	1 880,50	353,31	1 527,19	6 785,98
17	1 880,50	288,41	1 592,09	5 193,88
18	1 880,50	220,74	1 659,76	3 534,13
19	1 880,50	150,20	1 730,30	1 803,83
20	1 880,50	76,67	1 803,83	0,00
Totaal	37 610,00	12 610,00	25 000,00	

We berekenen de wederbeleggingsvergoeding die overeenkomt met drie maanden intrest op de nog uitstaande schuld.

$I = k \cdot i \cdot n$

$I = 8313{,}16 \cdot 0{,}0425 \cdot \dfrac{3}{12}$

$\quad = 88{,}327...$

bedrag op de 15e vervaldag = termijn + uitstaande schuld + wederbeleggingsvergoeding

$= 1880{,}50 + 8313{,}16 + 88{,}33$

$= 10\,281{,}99$

Bij een vervroegde aflossing betalen we op de 15e vervaldag 10 281,99 euro terug.

17

Een woonkrediet van 35 000 euro met een looptijd van 15 jaar en tegen een rentevoet van 3,95 % betalen we jaarlijks terug met constante termijnen. Welk bedrag betalen we op de 10e vervaldag bij een vervroegde aflossing?

1 Lees de termijn en de uitstaande schuld op de 10e vervaldag af in een aflossingstabel.

$a =$ .... $U_{10} =$ ....

2 Bereken de wederbeleggingsvergoeding als die overeenkomt met 3 maanden intrest op de nog uitstaande schuld.

....

3 Formuleer het antwoord op het gestelde probleem.

....

....

18

Kris en Cindy kochten 15 jaar geleden een bouwgrond en gingen een woonkrediet aan van 25 000 euro tegen een rentevoet van 4,20 % en maandelijks terugbetaalbaar door 240 constante stortingen. Welk bedrag zouden ze nu, op de 180e vervaldag, moeten betalen bij een vervroegde aflossing van hun lening?

1 Lees de termijn en de uitstaande schuld op de 180e vervaldag af in een aflossingstabel.

$a =$ .... $U_{180} =$ ....

2 Bereken de wederbeleggingsvergoeding als die overeenkomt met 3 maanden intrest op de nog uitstaande schuld.

....

3 Formuleer het antwoord op het gestelde probleem.

....

....

....



Uitdagingen

Hypothecair krediet

1 Een woonkrediet van 80 000 euro met een looptijd van 20 jaar wordt als volgt toegestaan: 50 000 euro tegen 4,50 % en 30 000 euro tegen 5 %. Bereken de maandelijkse termijn van dit woonkrediet.

2 Yves en Didi kunnen hun droomhuis kopen voor 210 000 euro. Zij beschikken over 30 000 euro spaargeld en gaan het resterende bedrag lenen. Hun bank biedt hen een woonkrediet aan met een looptijd van 20 jaar tegen een rentevoet van 4 %.
Als Yves en Didi niet meer dan 1000 euro per maand wensen af te betalen, kunnen zij dan hun droomhuis kopen?

3 De familie Ryckaert koopt een gerestaureerde hoeve die 400 000 euro geschat is.
Ze financieren 80 % van de geschatte waarde via een woonkrediet met een looptijd van 20 jaar en betalen een constante maandelijkse termijn van 1886,78 euro. Tegen welke jaarlijkse rentevoet leent de familie Ryckaert?

4 Een woonkrediet van 40 000 euro wordt terugbetaald door 20 constante jaarlijkse stortingen en tegen een rentevoet van 4,25 %.

1. Bereken de jaarlijkse termijn.
2. Als elke maand één twaalfde van de jaarlijkse termijn moet gestort worden, bereken dan de werkelijk toegepaste jaarlijkse rentevoet.

5 Lieven en Sofie willen voor de renovatiewerken aan hun pas gekochte woning een lening van 125 000 euro aangaan. Bij hun bank kunnen ze een woonkrediet verkrijgen tegen 3,45 %. Op een website ontdekken Lieven en Sofie dat ze in aanmerking komen voor een sociale lening met een rentevoet van 1,77 %. Als ze een lening aangaan met een looptijd van 15 jaar, hoeveel bedraagt dan het verschil van de maandelijkse afbetalingen?

Aflossingsplan

6 Om verbouwingswerken aan hun pas geërfd huis te kunnen uitvoeren, gaan Karim en Nathalie een woonkrediet aan van 125 000 euro tegen een rentevoet van 4,35 % en met een looptijd van 20 jaar. De terugbetalingen gebeuren jaarlijks.

1. Bereken de uitstaande schuld na de eerste storting als het woonkrediet een lening met constante termijn is.
2. Bereken de termijn op de eerste vervaldag als het woonkrediet een lening met constante kapitaalaflossing is.

7 Gegeven is de onvolledige aflossingstabel van een woonkrediet van 100 000 euro tegen een rentevoet van 3,40 % en met een looptijd van 10 jaar. De lening wordt terugbetaald met constante maandelijkse termijnen. Bereken de ontbrekende elementen in de gegeven aflossingstabel.

vervaldag m	termijn a	rentedeel r_m	kapitaaldeel k_m	uitstaande schuld U_m
				100 000
1	....	279,01	702,75	99 297,25
2	....	277,05	704,71	98 592,54
3	....	275,08	....	97 885,87
4	....	273,11	708,65	....
5	....	....	710,62	96 466,59
6	....	269,15	712,61	95 753,99
7	....	267,16	714,60	95 039,39
8	....	....	....	....

8 Stel een aflossingstabel op voor een woonkrediet van 100 000 euro dat terugbetaalbaar is met constante maandelijkse termijnen gedurende 15 jaar tegen een rentevoet van 3,50 %. Maak gebruik van de grafische rekenmachine, een EXCEL-programma en een internetsite. Vergelijk de resultaten.

9 Stel een aflossingstabel op voor een woonkrediet van 100 000 euro dat terugbetaalbaar is met constante kapitaalaflossing gedurende 15 jaar tegen een rentevoet van 3,50 %. Maak gebruik van een internetsite.

Exploratie

Woonkrediet

1 Zoek een woning op een immo-site. Vermeld de site.
Druk een foto en info af. Wat is de aankoopprijs?

2 Bij de aankoop van een woning zijn er nog bijkomende kosten zoals registratiekosten van de woning en de bijbehorende notariskosten. We stellen dat deze bijkomende kosten ongeveer 10 % bedragen van de aankoopprijs van de woning.
Bereken de bijkomende kosten voor de aankoop van de gekozen woning.

3 Als we 90 % van de aankoopprijs van de woning lenen bij een financiële instelling, bepaal dan het bedrag van de lening.

4 Ook bij het afsluiten van een lening zijn er bijkomende kosten zoals registratiekosten van de lening en de bijbehorende notariskosten. We stellen dat deze bijkomende kosten ongeveer 5 % zijn van het bedrag van de lening. Bereken de bijkomende kosten van de lening.

5 Bereken over welk kapitaal je reeds moet beschikken om je woning te kunnen kopen?

6 Surf naar de site van een financiële instelling naar keuze waarbij je simulaties kan uitvoeren voor een woonkrediet. Vermeld de site.

a Kies een looptijd voor een lening met constante termijn en vaste rentevoet.

b Wat is de rentevoet?

c Wat is het maandelijks te betalen bedrag.

7 Reken de maandelijkse afbetaling na.

8 Stel een aflossingstabel op voor het woonkrediet.

9 Maandelijkse terugbetalingen mogen niet meer dan een derde van het totale gezinsinkomen vertegenwoordigen.
Hoeveel zou je gezinsinkomen dan minstens moeten bedragen?



4.2 Consumentenkrediet

▶ Lening op afbetaling

1 Instap

Rhunen heeft zijn brevet van valschermspringen met vrije val behaald en wil een valscherm kopen ter waarde van 2500 euro.



Rhunen leent dit bedrag bij een financiële instelling die de terugbetaling regelt met een achterafbetaalbare annuïteit van 24 maandelijkse termijnen tegen een rentevoet van 10,50 %.

1 Wat is de maandelijkse rentevoet die gelijkwaardig is met 10,50 %?

....

....

2 Welk bedrag moet Rhunen maandelijks afbetalen?

....

....

....

3 Welk bedrag zal Rhunen in het totaal moeten afbetalen voor zijn valscherm?

....

....

Lening op afbetaling

De **lening op afbetaling** is een consumentenkrediet dat financiële instellingen toestaan voor het aanschaffen van **verbruiksgoederen** zoals een koersfiets, een keuken, een auto, enz. Ook herstellingswerken aan de eigen woning, studiekosten, huwelijksfeest, belastingen en dergelijke **kosten voor diensten** kunnen betaald worden met een lening op afbetaling.



Duur van de lening en jaarlijks kostenpercentage

De terugbetaling van een lening op afbetaling is wettelijk geregeld en mag periodiek over verschillende maanden of jaren gespreid worden. De maximale duur van een lening is afhankelijk van de grootte van het ontleende bedrag.

De jaarlijkse **intresten en kosten** worden uitgedrukt in percent per jaar. Dit getal noemen we het **jaarlijks kostenpercentage** en korten we af met **JKP**. Het jaarlijks kostenpercentage is de reële rentevoet van een lening op afbetaling en moet steeds vermeld worden.

Leningen op afbetaling moeten beantwoorden aan de volgende wettelijke voorschriften.

geleend bedrag in euro			maximale JKP
	tot	1250,00	18,50 %
1250,01	tot	5000,00	13,50 %
meer	dan	5000,00	10,50 %

geleend bedrag in euro			maximale looptijd
	tot	500,00	18 maanden
500,01	tot	2500,00	24 maanden
2500,01	tot	3700,00	30 maanden
3700,01	tot	5600,00	36 maanden
5600,01	tot	7500,00	42 maanden
7500,01	tot	10 000,00	48 maanden
10 000,01	tot	15 000,00	60 maanden
15 000,01	tot	20 000,00	84 maanden
20 000,01	tot	37 000,00	120 maanden
meer	dan	37 000,00	240 maanden

We stellen vast:

- het wettelijk toegelaten JKP vermindert naarmate het bedrag van de lening stijgt.
- de wettelijk toegestane looptijd in maanden vermeerdert als het geleende bedrag groter wordt.

Formules

Een lening op afbetaling kunnen we beschouwen als een achterafbetaalbare annuïteit met het te financieren bedrag als aanvangswaarde en het jaarlijks kostenpercentage als rentevoet.

- Met de formule voor gelijkwaardige rentevoeten kunnen we het jaarlijks kostenpercentage omzetten in de maandelijkse rentevoet en omgekeerd:

$$(1 + i_{12})^{12} = 1 + i$$ i_{12} : maandelijkse rentevoet i : jaarlijkse rentevoet

$$(1 + i_{12})^{12} = 1 + \text{JKP}$$ i = JKP

- Met de formules voor aanvangswaarde en termijn van achterafbetaalbare annuïteiten kunnen we het geleend kapitaal en de maandelijkse afbetaling van de lening berekenen.

$$A = \frac{a}{i_{12}}\left[1 - \frac{1}{(1 + i_{12})^n}\right] \qquad a = \frac{A \cdot i_{12}}{1 - \dfrac{1}{(1 + i_{12})^n}}$$

A : aanvangswaarde
= bedrag van de lening

a : maandelijkse termijn
= bedrag van elke afbetaling

Voorbeeld

In het volgende voorbeeld van een lening op afbetaling is het toegestaan krediet 15 000 euro, het jaarlijks kostenpercentage bedraagt 9,95 % en de duur van de lening is 60 maanden.

europabank nv
Burgstraat 170 - 9000 Gent
Tel 09 224 73 11
Fax 09 223 34 72
BTW BE 0400.028.394 – RPR Gent
www.europabank.be

**PRODUCTINFORMATIEFICHE
LENING OP AFBETALING**

Wat is een lening op afbetaling ?

Een lening op afbetaling is een kredietovereenkomst waarbij geld ter beschikking gesteld wordt van de consument (= kredietnemer) die zich ertoe verbindt de lening terug te betalen door middel van periodieke, bij ons maandelijkse, betalingen.

Doel van de lening op afbetaling ?

Een lening op afbetaling kan aangegaan worden voor alle doeleinden.

Wie kan een lening op afbetaling afsluiten ?

Ieder natuurlijke persoon die zijn domicilie heeft in België.
De financiële haalbaarheid van de maandelijkse afbetaling wordt onderzocht. Dit onderzoek gebeurt onder andere door raadpleging van onze interne bestanden, de Centrale voor Kredieten aan Particulieren van de Nationale Bank van België en het Bestand van de niet gereglementeerde registraties van de Nationale Bank van België. De consument heeft hierbij de plicht ons juiste en volledige inlichtingen te verschaffen.

Voorbeeld :

Lening op afbetaling van € 15.000 op 60 maanden, jaarlijkse kostenpercentage 9,95%.
De financiële gegevens van uw krediet zijn dan :

- geleend bedrag : € 15.000
- looptijd : 60 maanden
- maandelijkse betaling : € 315,20, eerste vervaldag 1 maand na uitbetaling van het kredietbedrag
- totale kosten van het krediet : € 3.911,40
- totaal te betalen : € 18.911,40
- jaarlijkse kostenpercentage : 9,95%.

Voor de berekening van de andere bedragen kan u bij een kantoor terecht.

Het sluiten van de overeenkomst

De kredietovereenkomst 'lening op afbetaling' wordt gesloten zodra u ze ondertekend hebt met de vermelding "gelezen en goedgekeurd voor ……euro terug te betalen".

De bedenktijd

Na ondertekening heeft u een bedenktijd van 7 werkdagen. Bij een kredietovereenkomst op afstand bedraagt de termijn 14 kalenderdagen.

Het bedrag van de maandelijkse afbetaling berekenen we als volgt:

$$(1 + i_{12})^{12} = 1 + \text{JKP}$$ **formule voor gelijkwaardige rentevoeten**

$$i_{12} = \sqrt[12]{1 + \text{JKP}} - 1$$

$$i_{12} = \sqrt[12]{1 + 0{,}0995} - 1$$ **JKP = 9,95 % = 0,0995**

$$= 0{,}00793...$$

$$a = \frac{A \cdot i_{12}}{1 - \dfrac{1}{(1 + i_{12})^n}}$$ **formule voor maandelijkse termijn**

$$a = \frac{15\,000 \cdot 0{,}00793...}{1 - \dfrac{1}{(1 + 0{,}00793...)^{60}}}$$ **$A = 15\,000$ $i_{12} = 0{,}00793...$ $n = 60$**

$$= 315{,}197...$$

Het bedrag van de maandelijkse afbetaling van deze lening is 315,20 euro.



2

Vul de tabel aan met de maximale waarden die wettelijk toegelaten zijn.

	geleend bedrag	looptijd in maanden	jaarlijks kostenpercentage
1	1900 EUR	....	....
2	1000 EUR	12	....
3	8350 EUR	....	....
4	16 150 EUR	....	10,00 %
5	12 680 EUR	....	9,75 %
6	....	42	10,50 %
7	....	30	13,50 %
8	....	24	2,50 %

3

Wim bestelt bij zijn garagist een nieuwe wagen van 16 875 euro en gaat hiervoor een lening aan bij een financiële instelling. Het jaarlijks kostenpercentage van de autofinanciering bedraagt 4,10 % en de duur van de lening is 42 maanden. Hoeveel zal Wim maandelijks moeten afbetalen?

....

....

....

....

4

Tom wil een mountainbike kopen om de volgende zomer wedstrijden te rijden. Hiervoor moet hij 3850 euro lenen bij een financiële instelling. De lening op afbetaling heeft een jaarlijks kostenpercentage van 12,25 %. Als Tom de lening wil terugbetalen over de maximale duur van 36 maanden, wat is dan het bedrag van de maandelijkse afbetaling?

....

....

....

....

5

Mia moet een aanzienlijk bedrag aan personenbelasting bijbetalen. Om deze uitgave over het ganse jaar te spreiden, leent zij dit bedrag bij haar bank. Het jaarlijks kostenpercentage van de lening op afbetaling is 9,25 % en de maandelijkse afbetaling bedraagt 490,85 euro. Welk bedrag moet Mia betalen aan het ontvangkantoor van de belastingen?

6

Voor de financiering van haar nieuwe motorfiets leent Eva 3125 euro bij haar bank. Voor de terugbetaling van de lening kiest Eva voor 24 maandelijkse betalingen van 135 euro.
Bereken met ICT het jaarlijks kostenpercentage van deze lening op afbetaling.

▶ Verkoop op afbetaling

7 Instap

Thomas gaat een iPhone kopen.

iPhone 5 – 16 GB APPLE

- Contant: 899 EUR
- Voorschot: 166, 86 EUR
- Aantal betalingen: 22
- Maandelijke aflossing: 39 EUR
- Totaal krediet: 1024,86 EUR
- Recupel-bijdrage: 0,05 EUR inbegrepen
- JKP = 18,50 %



Voor de betaling kan Thomas kiezen: 899 euro contant of 166,86 euro voorschot en 22 maandelijkse betalingen van 39 euro. Thomas gaat in op de tweede keuze.

1 Welk totaalbedrag moet Thomas in maandelijkse termijnen betalen?

....

2 Wat is dan de totale prijs van de iPhone?

....

Verkoop op afbetaling

Bij een **verkoop op afbetaling** zal de verkoper voor het nodige krediet zorgen. Wettelijk is hij verplicht aan de koper een minimum **voorschot** van 15 % op de contante prijs te vragen. De resterende som of het bedrag van het krediet moet de koper in tenminste drie periodieke termijnen terugbetalen aan de verkoper.

Voor de verkoop op afbetaling gelden zo goed als dezelfde wettelijke verplichtingen als voor de lening op afbetaling. Het bedrag van het krediet, het bedrag van de maandelijkse afbetaling, het aantal maandelijkse betalingen en het jaarlijks kostenpercentage berekenen we met dezelfde formules als voor een lening op afbetaling.

Voorbeeld

Een nieuwe wagen kost contant 16 995 euro. Bij verkoop op afbetaling op 36 maanden wordt een voorschot van 4995 euro gevraagd. Het jaarlijks kostenpercentage is 4,50 %.
We berekenen het te financieren krediet en de maandelijkse afbetaling.

bedrag krediet = 16 995 – 4995 = 12 000

$(1 + i_{12})^{12} = 1 + \text{JKP}$ — **formule voor gelijkwaardige rentevoeten**

$i_{12} = \sqrt[12]{1 + \text{JKP}} - 1$

$i_{12} = \sqrt[12]{1 + 0{,}045} - 1$ — **JKP = 4,50 % = 0,045**

$= 0{,}00367...$

$$a = \frac{A \cdot i_{12}}{1 - \dfrac{1}{(1 + i_{12})^n}}$$ **formule voor maandelijkse termijn**

$$a = \frac{12\,000 \cdot 0{,}00367...}{1 - \dfrac{1}{(1 + 0{,}00367...)^{36}}}$$ **$A = 12\,000$ $i_{12} = 0{,}00367...$ $n = 36$**

$= 356{,}479...$

Het te financieren krediet is 12 000 euro en de maandelijkse afbetaling bedraagt 356,48 euro.

8

Bij de aankoop van een droogkast van 738 euro betaalt Carina een voorschot van 20 %. Het resterende bedrag zal zij afbetalen in 12 maandelijkse termijnen. Het jaarlijks kostenpercentage bedraagt 6,85 %. Bereken het te financieren krediet en het bedrag van de maandelijkse afbetaling.

....

....

....

....

....

....

9

Bij de aankoop van een wasmachine van 1065 euro betaalt Eva een voorschot gelijk aan het wettelijk minimum. Het resterende bedrag betaalt ze in 8 maandelijkse afbetalingen. Bereken de maandelijkse termijn als het jaarlijks kostenpercentage gelijk is aan 6,81 %.

10

Bij de aankoop van een keuken ter waarde van 9375 euro betaalt Linda een voorschot van 20 %. Het resterende bedrag zal voldaan worden in 36 maandelijkse termijnen tegen een jaarlijks kostenpercentage van 9,50 %. Wat is de totaalprijs van deze keuken bij deze verkoop op afbetaling?



11

Bij de aankoop van een televisietoestel betaalt Jonas een voorschot van 250 euro. Het resterende bedrag betaalt hij met 5 maandelijkse termijnen van 340 euro.

1 Bereken de contante prijs van dit televisietoestel als het jaarlijks kostenpercentage van dit krediet 8,75 % bedraagt.

....

....

....

....

2 Voldoet deze verkoop op afbetaling aan de wettelijke voorwaarden?

....

....

....

12

Eenzelfde laptop heeft bij twee handelaars dezelfde contante prijs van 1815 euro. Maar de twee handelaars hebben een verschillend aanbod van verkoop op afbetaling.

HANDELAAR A: 363,00 EUR + 18 × 86,70 EUR

HANDELAAR B: 275,00 EUR + 20 × 82,86 EUR



1 Hoeveel percent voorschot vraagt elke handelaar?

....

....

2 Welke handelaar kiezen we als we het kleinste totaalbedrag voor de verkoop op afbetaling willen betalen?

....

....

....

3 Bij welke handelaar kopen we als we kiezen voor het goedkoopste krediet?

Financieringshuur

13 **Instap**

Tamara is gerant van een fitnesszaal en beslist een aantal ‘Fitvibes’ aan te schaffen. Een Fitvibe is een trilplaat die mechanische trillingen overbrengt op het lichaam. Een gespecialiseerde firma kan de toestellen leveren en installeren voor een bedrag van 25 000 euro waarin de btw niet begrepen is.



Ze gaat naar een financiële instelling die haar een financiering voorstelt met de volgende huurschema’s.

ING LEASE

Totale investering **25 000 excl. btw**

huren excl. btw	aantal aflossingen	periodiciteit per	huurprijs excl. btw	btw 21 %	totale huurprijs
	48	maand	577,39 EUR	121,25 EUR	698,64 EUR
aankoopoptie	3 % zijnde een netto bedrag van 750 EUR en inclusief btw : 907,50 EUR				

Deze maandelijkse huren zijn vooraf betaalbaar via bankdomiciliëring.

Onze OPTILEASE formule voorziet in de mogelijkheid om via het opvoeren van de aankoopoptie de maandelijkse last van de lease zo laag mogelijk te houden. U bekomt dan het volgende huurschema.

huren excl. btw	aantal aflossingen	periodiciteit per	huurprijs excl. btw	btw 21 %	totale huurprijs
	48	maand	518,39 EUR	108,86 EUR	627,25 EUR
aankoopoptie	16 % zijnde een netto bedrag van 4000 EUR en inclusief btw : 4840 EUR				

Tamara kiest voor het huurschema met een aankoopoptie van 16 %.

1 Wat is de duur van de leaseovereenkomst? ....

2 Worden de periodieke aflossingen achteraf of vooraf gedaan? ....

3 Wat is de maandelijkse huurprijs inclusief btw? ....

4 Hoeveel zal Tamara één maand na de laatste aflossing moeten betalen om eigenaar te worden van de gehuurde toestellen?

....

5 Hoe wordt dit aankoopbedrag berekend?

....

Leasing van goederen

Bij leasing of **financieringshuur** zal een leasebedrijf meestal in samenwerking met een financiële instelling, een goed aankopen met het inzicht het te verhuren tegen een periodiek te betalen **huurprijs**. De investering moet voldoen aan de specifieke wensen van de toekomstige huurder en is enkel bestemd voor **beroepsmatig gebruik**.

Kenmerken van een leaseovereenkomst

Het **investeringsbedrag** is steeds exclusief btw, maar op de periodieke huurprijs moet wel btw betaald worden.

De duur van een leaseovereenkomst moet overeenkomen met de geschatte levensduur van het goed. Op het einde van de huurovereenkomst kan de huurder het goed verwerven door het vooraf afgesproken **restbedrag** te betalen. Dit wordt meestal aangegeven met een percentage op het investeringsbedrag.

De huurprijs voor elke periode is meestal voorafbetaalbaar en kunnen we berekenen met de formule voor de aanvangswaarde A' van een voorafbetaalbare annuïteit:

$$A' = \frac{a(1+i)}{i}\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

formule voor aanvangswaarde van voorafbetaalbare annuïteit

Voor het aantonen van deze formule verwijzen we naar uitdaging 8 pagina 187. In deze formule stelt a de termijn of de huurprijs voor en n het aantal termijnen. Deze formule geldt ook voor semestriële, trimestriële of maandelijkse termijnen. We vervangen dan de jaarlijkse rentevoet i door de gelijkwaardige rentevoeten i_2, i_4 of i_{12}. De letter n blijft het aantal termijnen aanduiden.

De huurprijs kunnen we dan berekenen met de volgende formule:

$$a = \frac{A' \cdot i}{(1+i)\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]}$$

formule voor termijn van voorafbetaalbare annuïteit

De aanvangswaarde van de voorafbetaalbare annuïteit komt overeen met het investeringsbedrag verminderd met de waarde van het restbedrag op de begindatum van de leaseovereenkomst:

$$A' = \text{investeringsbedrag} - \frac{\text{restbedrag}}{(1+i)^n}$$

formule voor aanvangswaarde bij leasing

Voorbeeld

De tabel toont enkele barema's waarmee het restbedrag en de periodieke huurprijzen berekend worden voor leasecontracten afgesloten bij BNP Paribas Fortis Leasing Solutions.

BNP PARIBAS LEASING SOLUTIONS		
5000 EUR tot 17 500,99 EUR		
looptijd	percentage restbedrag	jaarlijkse rentevoet
24 maanden	3 %	4 %
36 maanden	3 %	3,75 %
60 maanden	3 %	3,50 %

Met de gegevens in de tabel kunnen we het restbedrag en de maandelijkse huurprijs van een investering van 24 000 euro exclusief btw berekenen voor een looptijd van 60 maanden.

restbedrag = investeringsbedrag × percentage restbedrag

$$\text{restbedrag} = 24\,000 \cdot 0{,}03 = 720$$

investeringsbedrag = 24 000 percentage restbedrag = 3 % = 0,03

$$(1 + i_{12})^{12} = 1 + i$$

formule voor gelijkwaardige rentevoeten

$$i_{12} = \sqrt[12]{1 + i} - 1$$

$$i_{12} = \sqrt[12]{1 + 0{,}035} - 1 = 0{,}00287...$$

$i = 3{,}50\ \% = 0{,}035$

$$A' = \text{investeringsbedrag} - \frac{\text{restbedrag}}{(1 + i)^n}$$

formule voor aanvangswaarde bij leasing

$$A' = 24\,000 - \frac{720}{(1 + 0{,}035)^{\frac{60}{12}}} = 23\,393{,}779...$$

investeringsbedrag = 24 000 restbedrag = 720

$i = 3{,}50\ \% = 0{,}035$ 60 maand = $\frac{60}{12}$ jaar

$$a = \frac{A' \cdot i_{12}}{(1 + i_{12})\left[1 - \frac{1}{(1 + i_{12})^n}\right]}$$

formule voor termijn van voorafbetaalbare annuïteit

$$a = \frac{23\,393{,}779... \cdot 0{,}00287...}{(1 + 0{,}00287...)\left[1 - \frac{1}{(1 + 0{,}00287...)^{60}}\right]} = 423{,}781...$$

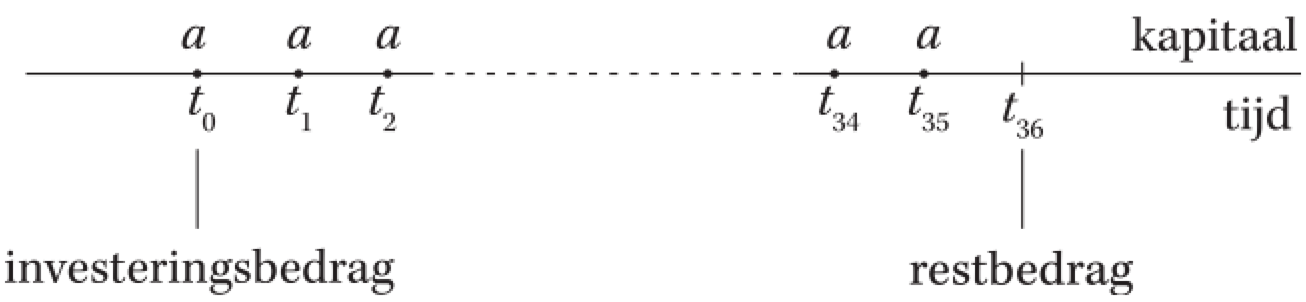
$A' = 23\,393{,}779...$ $i_{12} = 0{,}00287...$ $n = 60$

Het restbedrag is 720 euro en de maandelijkse huurprijs is 423,78 euro. Beide bedragen zijn exclusief btw.

14

Sigi bekomt haar motorrijwiel ter waarde van 6719 euro exclusief btw door financieringshuur bij KBC Lease. Zij betaalt gedurende 36 maanden vooraf tegen een jaarlijks kostenpercentage van 6,15 %. Wat is de constante maandelijkse betaling exclusief btw als het restbedrag gelijk is aan 3 %?

1 Gegeven is het tijdpad van deze financieringshuur. Vul het investeringsbedrag en het restbedrag in.



2 Wat is de waarde van het restbedrag op de begindatum van de leaseovereenkomst?

3 Wat is de beginwaarde van de voorafbetaalbare annuïteit?

4 Bereken de termijn of de maandelijkse huurprijs exclusief btw.

15

Het bedrijf Vrago-interieur wil via haar financiële instelling een computergestuurde paneelzaag leasen. De kostprijs bedraagt 74 900 euro exclusief btw. De prijsofferte voor leasing vermeldt de volgende voorwaarden: de looptijd is 5 jaar, de betalingen gebeuren maandelijks vooraf, de rentevoet is 5,37 % en het percentage van het restbedrag is vastgesteld op 4 %.

1 Voor welk bedrag exclusief btw kan het bedrijf Vrago-interieur de paneelzaag op het einde van het contract verwerven?

2 Wat is de huurprijs inclusief btw?

16

De offerte is een voorstel tot leasing van een personenauto bestemd voor beroepsmatig gebruik.

BNP PARIBAS LEASING SOLUTIONS

Offertenummer : 101.931 1
Totaal investeringsbedrag : 25 000 EUR
Betalingsmoment : vooraf
Duurtijd : 48 maanden
Materiaalomschrijving : OPEL Insignia 1.6 Turbo ECOTEC

betaling	huurprijs	kapitaal	intrest	saldo
1	556,95	450,91	106,04	24 549,09
2	556,95	452,71	104,24	24 096,38
3	556,95	454,68	102,27	23 641,70
...				
47	556,95	550,23	6,72	1552,62
48	556,95	552,62	4,33	1000,00
49	1000,00	1000,00		
totaal	27 733,60	25 000,00	2733,60	

1 Wat is de maandelijkse huurprijs inclusief btw?

....

....

....

2 Voor welk bedrag inclusief btw kan de wagen op het einde van het contract aangekocht worden?

....

....

....

3 Bereken het percentage van het restbedrag.

....

....

....

Uitdagingen

▶ Lening op afbetaling

1 Een kredietmakelaar maakt reclame voor de volgende leningen op afbetaling.

AUTOFINANCIERING	LENING VOOR ALLE DOELEINDEN
tot 15 000 EUR	van 7501 EUR tot 15 000 EUR
JKP = 5,50 %	JKP = 9,50 %

1 Wat is de maandelijkse termijn van een autofinanciering voor een geleend bedrag van 14 500 euro en met een looptijd van 48 maand?

2 Met welk bedrag zal de maandelijkse termijn verhogen als we een lening met dezelfde kenmerken aangaan voor de herstelling van het dak van ons huis?

2 Kelly heeft voor de financiering van haar huwelijk 6500 euro nodig.
Ze heeft de keuze tussen twee contracten van lening op afbetaling.
Contract A: 40 maandelijkse afbetalingen van 188,60 euro.
Contract B: 42 maandelijkse afbetalingen van 180,58 euro.

1 Bij welk contract is het terug te betalen totaalbedrag van de lening het kleinst?

2 Bereken met ICT het jaarlijks kostenpercentage van elk contract.
Welk contract is de beste koop?

3 In de advertentie kunnen we lezen dat het jaarlijks kostenpercentage voor de aangeboden leningen op afbetaling gelijk is aan 10,49 %.

BIJ ONS IS IEDEREEN WELKOM!

zelfstandigen, loontrekkenden, gepensioneerden, weduwen …

LENING OP AFBETALING	EIGENAARSKREDIET
VOOR ALLE DOELEINDEN	VOOR ZELFSTANDIGEN
€ 2501 = 30 × € 94,59	achterstand btw, RSZ en belastingen,
€ 3701 = 30 × € 119,45	teveel schulden, loonbeslag,
€ 5601 = 42 × € 158,65	geweigerd door de bank
€ 7501 = 48 × € 190,31	zwarte lijst.

JKP = 10,49 %

enige voorwaarde = eigenaar zijn

Reken de maandelijkse termijnen van de vermelde bedragen na en ontdek het zetduiveltje.

▶ Verkoop op afbetaling

4 Katja leest de volgende advertentie. Ze besluit de iPod te kopen op afbetaling als het JKP niet meer bedraagt dan 10 %.



1. Bepaal het jaarlijks kostenpercentage.
2. Zal Katja ingaan op de advertentie?

5 Bij de aankoop van een stereotelevisie met een contante prijs van 1399 euro moet Amber een voorschot van 15 % betalen. De rest moet ze afbetalen met 12 maandelijkse termijnen tegen een jaarlijks kostenpercentage van 12,80 %. Wat is het bedrag van de maandelijkse afbetaling?

6 Jelle koopt een laptop. De contante prijs bedraagt 1530 euro. Een externe harde schijf van 500 gigabyte is in de kostprijs begrepen. De verkoper stelt een verkoop op afbetaling voor met een voorschot van 20 % als eerste betaling en het resterende bedrag in 12 maandelijkse termijnen tegen een jaarlijks kostenpercentage van 0 %.

1. Wat is het bedrag van de maandelijkse afbetaling?
2. Jelle merkt dat contante betalers een externe harde schijf van 1 terabyte krijgen meegeleverd in plaats van 500 gigabyte. De extra kostprijs hiervan is 125 euro. Welke verdoken intrest betaalt Jelle door te kopen op krediet en wat is dan het eigenlijke jaarlijks kostenpercentage van dit krediet?

▶ Financieringshuur

7 Toon de formule aan om de aanvangswaarde van een voorafbetaalbare annuïteit te berekenen.

$$A' = \frac{a(1+i)}{i}\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

8 Een drukkerij wil een bestaande drukpers vervangen door een nieuwe pers ter waarde van 1 000 000 euro exclusief btw. Een leasemaatschappij werkt het volgende aflossingsschema uit: een driemaandelijkse huurprijs vooraf te betalen en berekend tegen een rentevoet van 5,20 %, de looptijd is 5 jaar en het percentage restbedrag is 4 %.

1. Wat is het restbedrag inclusief btw?
2. Wat is de driemaandelijkse huurprijs inclusief btw?

9 Frederik werkt voor een firma, gespecialiseerd in frees- en draaiwerk, een aflossingsschema uit voor de financieringshuur van een CNC gestuurde freesmachine met de volgende kenmerken.

- Aanschafwaarde exclusief btw: 338 495 EUR
- Restbedrag: 5 %
- Zesmaandelijkse huurprijs exclusief btw: 32 425,52 EUR
- Looptijd: 10 jaar
- Betalingstijdstip: vooraf

1. Wat is de zesmaandelijkse huurprijs inclusief btw?
2. Wat is het restbedrag inclusief btw?
3. Bepaal de rentevoet die voor de berekening van de huurprijs werd toegepast.



Exploratie

Leasecontract

U betaalt een lagere huurprijs door het hogere restbedrag. Zo kunt u voor een interessante huurprijs over een wagen van een hogere klasse beschikken.

U bestelt een wagen bij een garage van uw keuze voor een investeringsbedrag van 25 000 euro exclusief btw. KBC Lease betaalt het volledige bedrag, btw inbegrepen, aan de garagist.

U sluit met KBC Lease een Pref'rent af op 3 jaar met een restbedrag van 30 %, of 7500 euro.

Kiest u voor een milieuvriendelijke wagen Pref'rent ECO, dan is het percentage van het restbedrag 35 %, en ligt uw maandlast nog lager.

Vergelijk:

	Leasing	Pref'rent	Pref'rent ECO
investeringsbedrag excl. btw	25 000 EUR	25 000 EUR	25 000 EUR
percentage restbedrag	4 %	30 %	35 %
huurprijs per maand	729,59 EUR	564,73 EUR	533,03 EUR
totaal betaalde huur	26 265,24 EUR	20 330,28 EUR	19 189,08 EUR

1 Bereken voor elke leasingformule het restbedrag inclusief btw.

2 Bereken voor elke leasingformule de rentevoet waarmee de huurprijs werd berekend.

3 Voor welke leasingformule zou je kiezen als je van plan bent de wagen na 3 jaar over te nemen?

4 Voor welke leasingformule zou je kiezen als je na 3 jaar de wagen niet wenst over te nemen?



Trefwoordenregister

Begrippenlijst

Aandeel: effect dat betrekking heeft op het vermogen van bedrijven, vennootschappen, holdings … Een aandeel geeft zeggenschap in de onderneming en men kan winstuitkeringen in de vorm van een dividend ontvangen. Een aandeel kan verhandelbaar zijn op een effectenbeurs.

Aanvangswaarde: waarde van een annuïteit op de begindatum.

Achterafbetaalbare annuïteit: annuïteit waarbij de termijnen op het einde van elke periode betaald worden.

Aflossingsplan of aflossingstabel: tabel bij een hypothecair krediet waarin voor elke termijn het kapitaaldeel en het rentedeel is berekend.

Annuïteit: een reeks gelijke betalingen die we jaarlijks of periodiek uitvoeren.

Beginkapitaal: kapitaal waarop de intrest berekend wordt.

Beleggingsfonds: fonds dat spaargeld van individuen verzamelt en deze belegt in effecten zoals aandelen en obligaties.

Bestendige opdracht: een betaling die je periodiek automatisch kan laten uitvoeren voor een bepaald bedrag dat niet wijzigt. Dit wordt meestal gebruikt om bijvoorbeeld de huur te betalen. Een bestendige opdracht kan je zelf invoeren, wijzigen en verwijderen via Homebanking.

Creditrente: intrest op een positief saldo.

Debetrente: intrest op een negatief saldo.

Domiciliëring: een automatische betaling van een maandelijks variërend bedrag. Dit wordt meestal gebruikt voor betalingen van de Vlaamse Maatschappij voor Watervoorziening of een telecombedrijf en dergelijke meer. Met een domiciliëring geef je de maatschappij toestemming om het factuurbedrag automatisch van je zichtrekening af te halen. Een domiciliëring kan jij enkel invoeren, wijzigen en/of verwijderen.

Eeuwigdurige annuïteit: jaarlijkse of periodieke vergoedingen met onbeperkte duur.

Effect: waardepapier, bijvoorbeeld kasbon, obligatie …

Effectenrekening: een rekening op naam waarin al de aangekochte effecten ingeschreven worden.

Eindkapitaal: kapitaal vermeerderd met de intrest.

Enkelvoudige intrest: bij een kapitaal uitgezet op enkelvoudige intrest, blijft de jaarlijkse intrest onveranderd.

Financieringshuur: een leasebedrijf zal meestal in samenwerking met een financiële instelling, een goed aankopen met het inzicht het te verhuren tegen een periodiek te betalen huurprijs.

Gelijkwaardige rentevoeten: rentevoeten waarbij de eindwaarden van een kapitaal uitgezet op samengestelde intrest na één jaar gelijk zijn.

Getrouwheidspremie: bijkomende intrest die alle bedragen opbrengen die minstens 12 maanden op de spaarrekening blijven staan.

Hypothecair krediet of woonkrediet: lening met een onroerend goed als onderpand.

Intrest of rente: financiële vergoeding voor het beleggen of het lenen van een kapitaal.

Jaarlijks kostenpercentage (JKP): jaarlijkse rentevoet waarin alle intresten en kosten van het consumentenkrediet begrepen zijn.

Kapitaal: elk bedrag (gespaard of geleend) waarop intrest berekend wordt.

Kapitalisatie: aangroei van een kapitaal uitgezet op samengestelde intrest en waarvan de jaarlijkse intrest op het einde van elk jaar bij het kapitaal wordt gevoegd zodat de intresten van de voorgaande jaren zelf intrest opbrengen.

Kapitalisatiebon: een kapitalisatiebon is een variante van de kasbon, waarbij de intresten niet elk jaar worden betaald. De intresten worden bij het beginkapitaal gevoegd en brengen zo zelf intrest op.

Kasbon: als u een kasbon koopt, leent u eigenlijk geld uit aan uw bank. In ruil voor uw geld, betaalt de bank u intrest op vaste momenten gedurende de looptijd van de kasbon. Hierop betaalt u belastingen: de roerende voorheffing. Op de eindvervaldag hebt u recht op de terugbetaling van het geleende geld door de bank.

Lening met constante kapitaalaflossing: lening waarbij de periodieke terugbetalingen niet gelijk zijn maar bestaan uit een vast gedeelte kapitaal vermeerderd met de intrest.

Lening met constante termijn: lening waarbij de periodieke terugbetalingen gelijk zijn.

Lening op afbetaling: lening die een financiële instelling toestaat voor het aanschaffen van verbruiksgoederen, herstellingswerken aan de eigen woning, studiekosten, huwelijksfeest …

n (bij annuïteit): aantal perioden of aantal termijnen.

n (bij consumentenkrediet): aantal maandelijkse terugbetalingen.

n (bij enkelvoudige intrest en samengestelde intrest): aantal perioden of tijdseenheden.

Netto-intrest: bruto-intrest verminderd met de roerende voorheffing.

Obligatie: schuldbewijs waarmee de uitgever zich ertoe verbindt om de koper het bedrag van de lening op de eindvervaldag terug te betalen samen met een intrest op het geleende bedrag.

Overlijdensdekking: bij een verzekeringsbon met overlijdensdekking wordt bij overlijden van de verzekeringsnemer een contractueel vastgelegd minimumbedrag uitgekeerd aan de begunstigde.

Periode: gelijk tijdsinterval tussen twee opeenvolgende vervaldagen.

Rekeningafschrift: een lijst met gemaakte betalingen en afschrijvingen over een bepaalde tijd.

Rentedagen: dagen waarop een kapitaal intrest opbrengt.

Rentevoet: intrest die 1 euro opbrengt per jaar.

Restbedrag: bedrag waarmee de huurder op het einde van de huurovereenkomst het gehuurde goed kan verwerven.

Roerende voorheffing: belasting op intrest die wordt gestort aan de schatkist.

Saldo: het nieuwe bedrag op een rekening na een verrichting.

Samengestelde intrest: bij een kapitaal uitgezet op samengestelde intrest, zal de jaarlijkse intrest aangroeien omdat op het einde van elk jaar de intresten van de voorgaande jaren zelf intrest opbrengen. Dit noemen we de kapitalisatie van de intrest.

Schuldaflossing: betalingen bestemd om een lening af te lossen.

Semestriële rentevoet: rentevoet per semester of halfjaarlijkse rentevoet.

Slotwaarde: waarde van een annuïteit op de einddatum.

Spaarrekening: soepele beleggingsvorm zonder risico waarbij de gespaarde gelden altijd opvraagbaar zijn.

Staatsbon: obligatie door de overheid uitgegeven waarmee ze geld bij het grote publiek ophaalt.

Step up kasbon: kasbon met progressieve rente, de intrestvoet stijgt met de tijd.

Termijn: vaste bedrag van elke betaling bij een annuïteit.

Termijnrekening: beleggingsvorm waarbij het kapitaal op de rekening blijft gedurende een zelf gekozen termijn. Op het einde van de termijn komen het kapitaal en de intrest vrij.

Trimestriële rentevoet: rentevoet per trimester of driemaandelijkse rentevoet.

Tussentijdse waarde: waarde van een annuïteit op een willekeurig tijdstip.

Valutadatum: dag waarop de bank een bedrag bij het voorgaande saldo optelt of aftrekt en als rentedragend beschouwt. Vanaf deze dag zal de intrestberekening van het nieuwe saldo aanvangen.

Verkoop op afbetaling: de verkoper zorgt voor het nodige krediet.

Vervaldagen: datums waarop we de jaarlijkse, halfjaarlijkse, trimestriële of maandelijkse termijnen betalen.

Vervroegde aflossing: wanneer we een woonkrediet terugbetalen voor het einde van de looptijd.

Verzekeringsbon: een verzekeringscontract of beleggingsvorm op naam waarbij het kapitaal en de opbrengst op de einddatum gewaarborgd zijn.

Vooraf betaalbare annuïteit: annuïteit waarbij de termijnen bij het begin van elke periode betaald worden.

Wederbeleggingsvergoeding: vergoeding die de bank aanrekent bij een vervroegde aflossing van een lening.

Zichtrekening: werkrekening voor de meeste financiële verrichtingen.

Uitdagingen van pagina 30 tot 31

Jaarlijkse intrest en rentevoet

1 De intresten van de kasbon worden jaarlijks uitgekeerd.

1 Controleer de rentevoet voor de eerste twee jaren.

2 Controleer de intrest voor de volgende jaren.

kasbon 5 jaar: 1200 EUR		
jaar	rentevoet	intrest
1e jaar	1,50 %	18 EUR
2e jaar	1,75 %	21 EUR
3e jaar	2,10 %	25,20 EUR
4e jaar	2,35 %	28,20 EUR
5e jaar	2,60 %	31,20 EUR

2 Anton heeft 1500 euro op een spaarboekje staan met een rentevoet van 1,80 %. Hij heeft dringend 300 euro van zijn spaargeld nodig. Omdat hij op het eind van het jaar evenveel intrest wil krijgen, is hij op zoek naar een andere bank. Wat moet de rentevoet van het spaarboekje in de nieuwe bank zijn?

Rentedagen

3 Bereken met de jaarkalender het aantal rentedagen dat een kapitaal uitstaat

1. van 1 januari 2013 tot 30 juni 2013.
2. van 1 januari 2014 tot 31 december 2014.
3. van 1 januari 2016 tot 31 december 2016.
4. van 25 augustus 2017 tot 12 december 2019.

Enkelvoudige intrestberekening

4 Wim koopt een nieuw appartement voor 200 000 euro. De jaarlijkse onderhoudskosten bedragen 1400 euro. Bereken de verhuurprijs van dit appartement, om het geïnvesteerde kapitaal 5 % per jaar te laten opbrengen.

5 Isa zet een kapitaal van 12 000 euro uit op 5 maart waarvan een vierde deel tot 16 september tegen 1 %, een vijfde deel tot 25 oktober tegen 1,25 % en de rest tot 28 december tegen 1,50 %. Hoeveel intrest brengt dit kapitaal op?

6 Bram koopt 6 are bouwgrond aan 150 euro/m^2. Omdat hij slechts twee derde contant kan betalen, leent hij bij zijn ouders de rest tegen 2 %. Hoeveel moet Bram na 3 jaar terugbetalen aan zijn ouders?

Formules voor kapitaal, rentevoet en beleggingstijd

7 Emma wil een nieuwe slaapkamer kopen. Welk kapitaal moet ze beleggen tegen 1,75 % op 11 november om op 30 januari van het volgende jaar over 5000 euro te beschikken?

8 Een handelaar heeft dringend geld nodig. Hij leent op 1 augustus een kapitaal aan 3 %. Drie maand later betaalt hij 25 189,04 euro kapitaal en intresten terug. Hoeveel leende de handelaar?

9 Tim wil een tweedehands auto kopen en leent daarvoor 3000 euro van Stijn. Na 93 dagen betaalt hij 3034,40 euro terug. Bepaal de rentevoet.

10 Ruben belegt een kapitaal tegen 3 %. Na 5 jaar vraagt hij de helft van het belegde kapitaal op. Deze handeling voert hij ook na het 6e en het 7e jaar uit. De totale intrest en het nog uitstaande kapitaal bedragen nu samen 1056,25 euro. Hoeveel belegde Ruben?

Uitdagingen van pagina 49 tot 51

Samengestelde intrestberekening

1 Sonja zet gedurende 5 jaar een kapitaal van 20 000 euro uit op samengestelde intrest waarvan een vierde tegen 2 % per jaar en drie vierde tegen 0,50 % per kwartaal. Hoeveel intrest ontvangt Sonja?

2 Amber belegt 2000 euro gedurende 15 jaar en 6 maanden: de eerste 5 jaar tegen 2,50 %, de volgende 6 jaar tegen 3 % en de rest van de tijd tegen 3,50 %. Bepaal de eindwaarde van het kapitaal:

1 als het kapitaal uitgezet is op samengestelde intrest gedurende de ganse periode.

2 als het kapitaal gedurende 15 jaar uitgezet is op samengestelde intrest en de laatste 6 maanden op enkelvoudige intrest.

3 Een rentenier belegt zijn kapitaal op samengestelde intrest tegen 0,50 % per maand. Hij int jaarlijks een rente van 61 677,81 euro. Welk kapitaal heeft de rentenier uitgezet?

▶ Formules voor beginkapitaal en rentevoet

4 Bij welke rentevoet is een kapitaal verdubbeld na respectievelijk 5 jaar, 10 jaar, 15 jaar, … , 35 jaar, 40 jaar?

beleggingstijd	rentevoet voor verdubbeling kapitaal
5 jaar	
10 jaar	
15 jaar	
20 jaar	

beleggingstijd	rentevoet voor verdubbeling kapitaal
25 jaar	
30 jaar	
35 jaar	
40 jaar	

5 We beleggen 25 000 euro op samengestelde intrest gedurende 10 jaar. De eerste 6 jaar genieten we van een rentevoet van 2,80 %. Bepaal de rentevoet van de laatste 4 jaar als de eindwaarde 33 208,37 euro is.

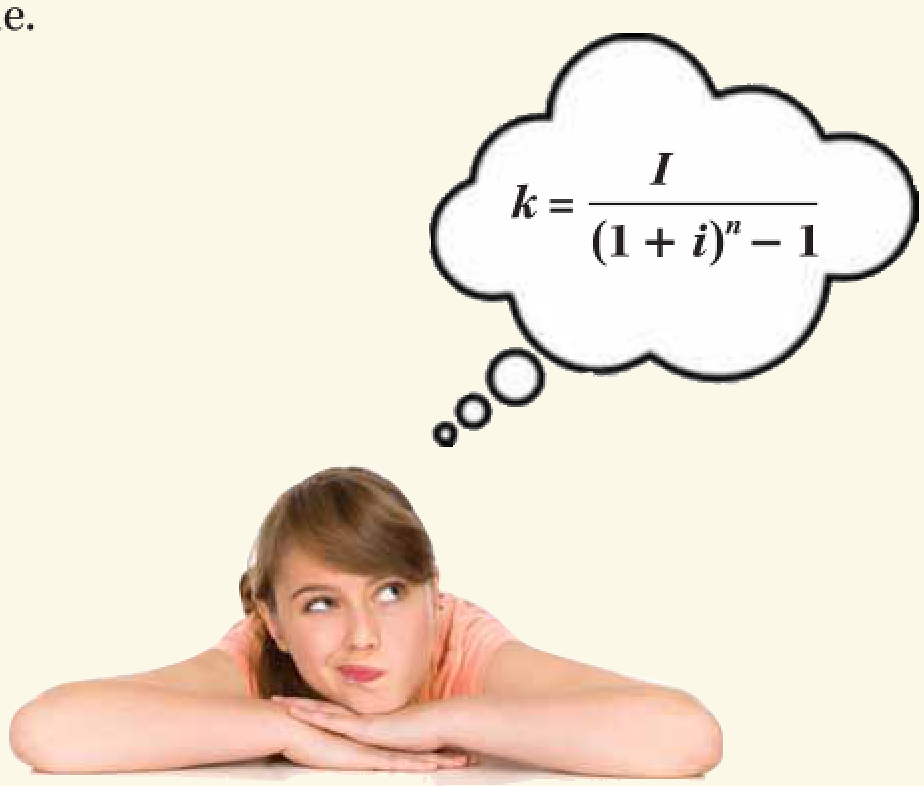
6 Tegen welke jaarlijkse rentevoet wordt een kapitaal de helft groter als het gedurende 20 jaar op samengestelde intrest uitstaat?

7 Een gemeente heeft drie schulden: 25 000 euro, 56 250 euro en 43 750 euro met een respectievelijke looptijd van 3, 5 en 8 jaar. De schulden staan uit op samengestelde intrest tegen 3,85 %. Men wil deze drie schulden door één enkele vervangen.
De rentevoet blijft ongewijzigd. Bereken de grootte van de schuld met een eenmalige betaling na 4 jaar.

8 Vijf jaar geleden leende Milan 2000 euro van Anna, drie jaar geleden 1000 euro en vorig jaar 500 euro. Vandaag betaalt Milan 4235 euro terug om zijn schuld te vereffenen.
Wat is de aangerekende rentevoet als de geleende bedragen samengestelde intrest opbrengen?

9 Gegeven is de formule $k = \frac{K}{(1+i)^n}$ voor het berekenen van het beginkapitaal bij samengestelde intrest.

Leid uit deze formule een formule af voor het berekenen van het kapitaal in functie van de samengestelde intrest I en de rentevoet i. Vervang eerst K door $k + I$ en zonder daarna k af in een lid van de formule.



Bereken met deze formule het kapitaal voor de volgende gegevens.

1 $I = 2$ $i = 2\ \%$ beleggingstijd: 2 jaar

2 $I = 10$ $i = 1{,}80\ \%$ beleggingstijd: 15 maanden

▶ Gelijkwaardige rentevoeten

10 Als de maandelijkse rentevoet 0,40 % is, bepaal dan de gelijkwaardige trimestriële en semestriële rentevoet.

11 Een kapitaal van 2500 euro wordt gedurende 8 jaar belegd op samengestelde intrest tegen een jaarlijkse rentevoet van 1,85 %.

1 Bereken de eindwaarde van dit kapitaal met de gelijkwaardige semestriële rentevoet.

2 Schrijf de semestriële rentevoet met zo weinig mogelijk decimalen zodat de eindwaarden berekend met de semestriële rentevoet en de jaarlijkse rentevoet gelijk zijn.

12 Een kapitaal van 3500 euro staat uit op samengestelde intrest tegen 4 % gedurende 5 jaar.

1 Bereken de eindwaarde van het kapitaal.

2 Bereken de eindwaarde van het kapitaal met de gelijkwaardige maandelijkse rentevoet die afgerond is op 6 decimalen.

3 Op hoeveel decimalen moeten we de maandelijkse rentevoet minstens afronden zodat de eindwaarden berekend met de jaarlijkse rentevoet en de maandelijkse rentevoet gelijk zouden zijn?

Uitdagingen van pagina 68 en 69

Zichtrekening

1 In de loop van het jaar doet Thijs via zijn zichtrekening de volgende verrichtingen.

valutadatum	verrichting	bedrag	saldo	rentedagen	debetrente
01-01			+236,14		
02-04	afhaling loket	−300,00			
16-04	storting loket	+100,00			
08-09	overschrijving	−432,80			
25-09	betaling Bancontact	−96,05			
01-10	storting van Plantyn	+800,00			
17-12	afhaling loket	−100,00			

1. Bereken het saldo na elke verrichting.
2. Bereken het aantal rentedagen van elk negatief saldo.
3. Bereken de debetrente als de rentevoet voor dit automatisch krediet 9,15 % bedraagt.

4. Voor welke maanden zal de bank debetrente aanrekenen?

2 Bepaal de ontbrekende waarden in de tabel als we weten dat de bank een debetrente van 2,50 euro heeft aangerekend. De rentevoet bedraagt 10 %.

valutadatum	bedrag	saldo	rentedagen	debetrente
01-04		+720,50	....	....
05-04	−1000,00	....	....	....
13-04	−357,70	....	....	....
20-04	....	....	....	....
25-04	....	−292,06	....	....
01-05	−2,50	....		2,5000

3 Op 13 januari opent Lore een spaarrekening met 1,25 % basisrente en 0,65 % getrouwheidspremie. Zij doet tevens een storting van 6000 euro. De bank keert een getrouwheidspremie uit voor een bedrag dat in de loop van januari gestort wordt en tot 31 december op de rekening blijft. Wat is het saldo van de spaarrekening op 1 januari van het volgend jaar?

▶ Spaarrekening en termijnrekening

4 Op een spaarrekening staat op 1 januari een bedrag van 1320 euro. In de loop van een schrikkeljaar, komen de volgende verrichtingen voor. Bereken de basisintrest voor dat jaar als de rentevoet 1 % bedraagt.

valutadatum	bedrag	saldo	rentedagen	intrest
01-01		+1320,00	....	....
27-01	−440,00	....	....	....
15-02	+1800,00	....	....	....
16-02	+1250,00	....	....	....
28-09	−2650,00	....	....	....
13-12	+625,00	....	....	....
01-01	....	....		....

5 Op 1 januari bedraagt het saldo van een spaarrekening 6248,43 euro. Op 5 april gebeurt een geldopname van 2850 euro en met valutadatum 24 mei volgt een storting van 3500 euro. De rentevoet bedraagt 1,50 % en de getrouwheidspremie is vastgelegd op 0,65 %. Wat is de verworven intrest met valutadatum 1 januari van het volgende jaar?

valutadatum	bedrag	saldo	rentedagen	intrest
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....

6 Op 23 april belegt Luc 4800 euro op een termijnrekening van 8 maanden tegen een rentevoet van 0,25 %. Op de vervaldag herbelegt hij de netto-intrest en het kapitaal op een termijnrekening van 4 jaar tegen 2,10 %. Bereken de netto-intrest.

Exploratie van pagina 70

Spaarrekening

Verzamel informatie over bankrekeningen via advertenties, reclamefolders en internetsites. Bespreek de ingezamelde informatie en voer enkele intrestberekeningen uit met gesimuleerde waarden voor het kapitaal en de looptijd.

De figuur toont de voorzijde en de achterzijde van een reclamedrukwerk van Record Bank.



1 Voor welk soort rekening wordt hier reclame gemaakt?

2 Welke rentevoeten worden toegepast bij deze rekening?

3 Onder welke voorwaarde kan de bank de rentevoeten wijzigen?

4 Welke roerende voorheffing wordt toegepast op de intresten boven het vrijgestelde maximum?

5 Hoeveel intrest verwerven we na 1 jaar bij Record Bank voor een storting van 750 euro met valutadatum 1 januari?
Hoeveel bedraagt de intrest na 6 maand? En na anderhalf jaar?

De volgende figuur toont reclame op de internetsite van NIBC Direct.



6 Voor welk soort rekening wordt hier reclame gemaakt?

7 Welke rentevoeten worden toegepast bij deze rekening?

8 Hoeveel intrest verwerven we na 1 jaar bij NIBC Direct voor een storting van 750 euro met valutadatum 1 januari?
Hoeveel bedraagt de intrest na 6 maand? En na anderhalf jaar?

9 Vergelijk de rekenresultaten van de vragen 5 en 8. Welke bank biedt de meest voordelige rentevoeten aan?

10 Bij NIBC Direct ligt de getrouwheidspremie hoger dan de basisrentevoet. Wanneer kiezen we best voor deze spaarrekening?

Uitdagingen van pagina 81 en 82

Kasbon

1 Voor haar 18e verjaardag krijgt Ebe een kapitalisatiebon van 2500 euro cadeau van haar oma. De looptijd is 5 jaar en de rentevoet is 2,30 %. Bereken het bedrag dat Ebe op de vervaldag zal ontvangen.

2 Alex bezit een kasbon van 1500 euro met een looptijd van 7 jaar. De rentevoet is 2,10 % en de intresten zijn jaarlijks inbaar of kapitaliseerbaar.

1 Bereken de netto-intrest die Alex jaarlijks kan opnemen.

2 Bereken de netto-intrest die Alex ontvangt als hij de intresten laat kapitaliseren.

3 Een step up kasbon van 7500 euro heeft een looptijd van 5 jaar. Er wordt een progressieve rentevoet toegepast: het 1e en 2e jaar 2,10 %, het 3e en 4e jaar 2,30 % en het 5e jaar 2,50 %. Bereken de netto-intrest op elke vervaldag.

4 Vergelijk de opbrengsten van de twee kasbons. De jaarlijkse intresten van de Fortes kasbon worden gekapitaliseerd op een spaarboekje met rentevoet 0,60 %.

DELTA BANK

Overzicht effectenrekening: 337-2587659-91

Titularis: Mire Vandevoort

Effect	Einddatum	Aantal	Bedrag	Totaal in EUR
KASBON				
FORTES 3 jaar 2,15 % 2,25 % 2,40 %	24/07/2016	1	7200 EUR	7200 EUR
GAVERBANK kapitalisatie 3 jaar 2,30 %	24/07/2016	1	7200 EUR	7200 EUR
Algemeen totaal:				**14 400 EUR**

Welke kasbon is de voordeligste belegging?

▶ Verzekeringsbon

5 Sam wil 7000 euro beleggen, gedeeltelijk in risicodragende fondsen. Om de teruggave van het kapitaal te waarborgen, koopt hij een verzekeringsbon met een looptijd van 8 jaar en 1 maand. De rentevoet bedraagt 1,50 %.

1 Wat is de nettopremie van de verzekeringsbon zodat op de eindvervaldag 7000 euro wordt uitbetaald?

2 Hoeveel kan hij beleggen in risicodragende fondsen?

6 Claus koopt een verzekeringsbon met een looptijd van 5 jaar en een rentevoet van 2,50 %. De begunstigde bij overlijden is zijn samenwonende partner Iris. Hij beschikt over 6450 euro waarvan de volgende kosten worden afgehouden: 1 % instapkost, 2 % taks en 1,75 % risicopremie voor een overlijdensdekking van 130 %.

1 Wat is de nettopremie van de verzekeringsbon?

2 Welk bedrag ontvangt Claus na 5 jaar?

3 Hoeveel winst maakt hij op zijn investering?

4 Welk bedrag ontvangt Iris als Claus na het afsluiten van het contract overlijdt?

5 Hoeveel winst maakt Iris op de investering van Claus?

6 Moet Iris nog erfenisrechten betalen op het ontvangen bedrag?

Exploratie van pagina 83

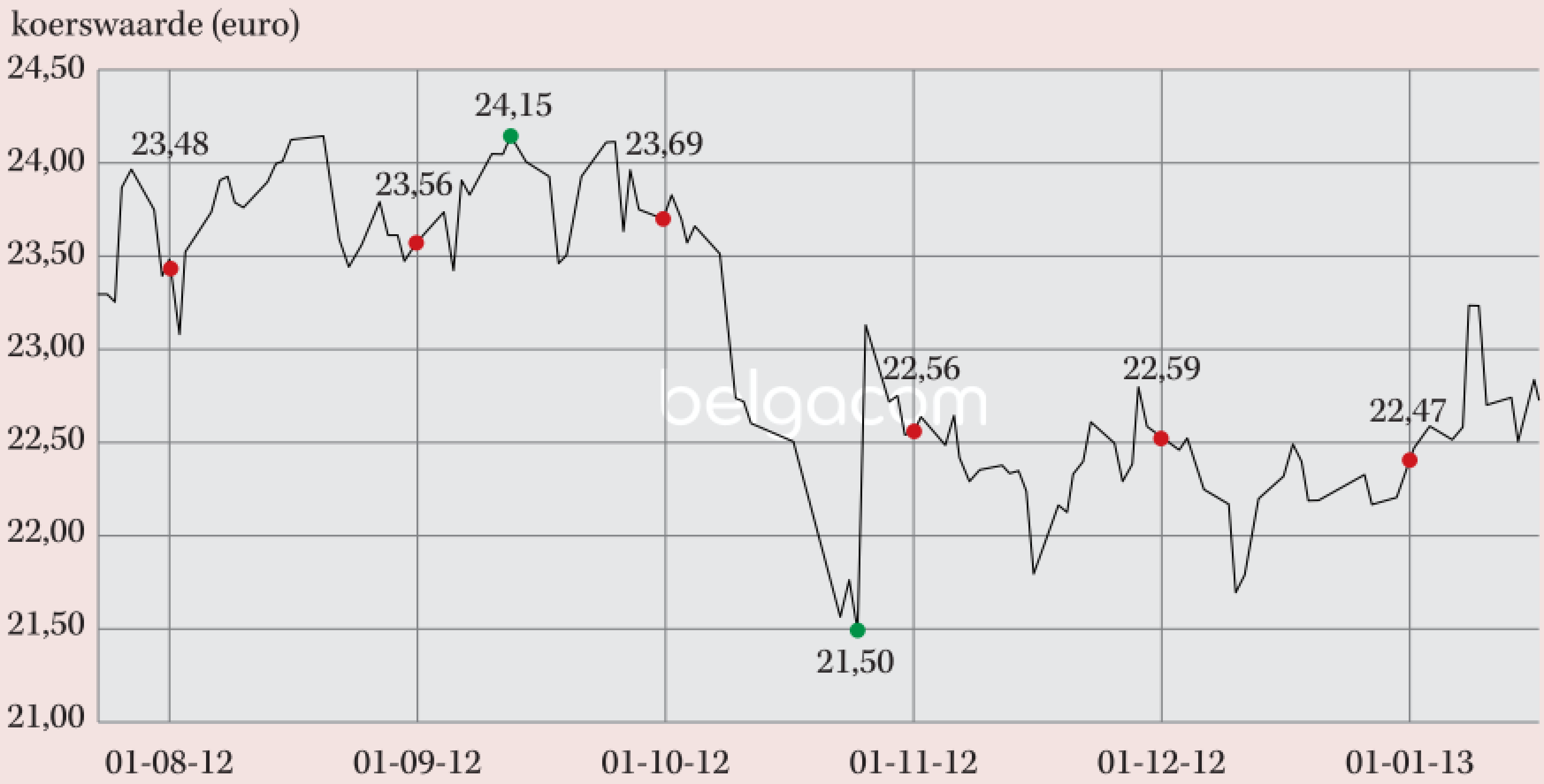
Aandelen

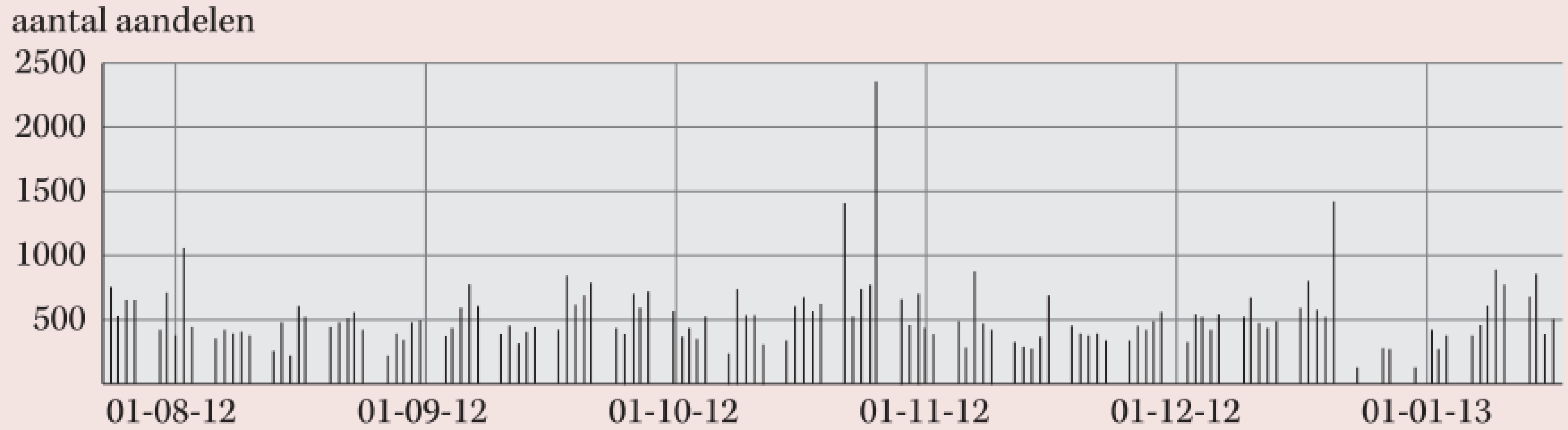
Aandelen en beleggingsfondsen hebben betrekking op het vermogen van bedrijven, vennootschappen, holdings, enz. Ze vertegenwoordigen een risicobelegging omdat hun waarde kan stijgen of dalen, afhankelijk van de beurscijfers.

Bij beleggingen in risicodragende waarden is het niet denkbeeldig dat we een gedeelte van het geïnvesteerde kapitaal verliezen.

Op het lijndiagram kunnen we de waardeverandering in euro van een aandeel van Belgacom aflezen vanaf augustus 2012 tot januari 2013.

Op het staafdiagram is het aantal verhandelde aandelen per werkdag aangegeven.





1 Wat was de waarde van het aandeel op 01-08-2012?

2 Voor welk bedrag kon het aandeel vijf maand later verkocht worden?

3 In welke maand bereikte het aandeel zijn hoogste koerswaarde?

4 Wat is het verschil tussen de hoogste en de laagste koerswaarde van dit aandeel?

5 Hoeveel bedraagt het verlies bij de verkoop van het aandeel op 1 januari 2013?

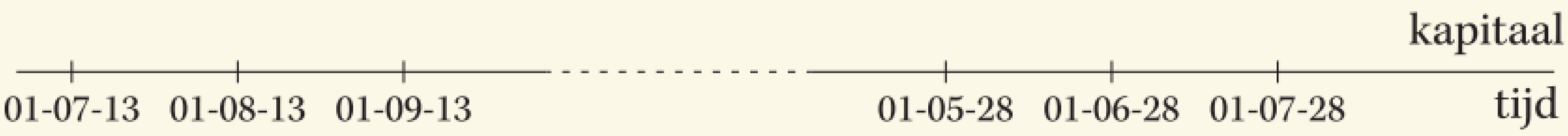
Bij beleggingen in risicodragende waarden is het niet denkbeeldig dat we een gedeelte van het geïnvesteerde kapitaal verliezen.

Uitdagingen van pagina 102 en 103

Soorten annuïteiten

1 Voor de aankoop van een studio aan de Belgische kust vraagt een zakenkantoor een voorschot van 10 000 euro en 180 maandelijkse stortingen van 800 euro. De rentevoet van de lening is 3 % en de eerste storting gebeurt op 1 augustus 2013, één maand na het betalen van het voorschot.

Stel de annuïteit voor op het tijdpad en vul de tabel in.



soort annuïteit	aantal termijnen	begindatum	eindatum	3e vervaldag
....	....	....	....	....

Slotwaarde

2 Een kasbon van 2500 euro op 5 jaar heeft een rentevoet van 3 %. De jaarlijkse netto-intrest wordt overgeschreven op een spaarrekening met een rentevoet van 2 %. Bereken de eindwaarde van deze intresten op de eindvervaldag van de kasbon.

3 Maarten zet op 31 december 750 euro op een spaarrekening met een rentevoet van 1,50 %. Vanaf 31 december van het volgende jaar stort Sandy jaarlijks 100 euro op haar spaarrekening met dezelfde rentevoet als Maartens spaarrekening. Sandy beweert dat ze na de 8e storting meer zal gespaard hebben dan Maarten.

1 Is de uitspraak van Sandy waar?

2 Hoeveel zou het gestorte bedrag van Maarten moeten geweest zijn zodat zijn saldo gelijk is aan dat van Sandy?

4 Reken de formule $S = a(1+i)^0 + a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + ... + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$ om naar de formule $S = \frac{a}{i}\left[(1+i)^n - 1\right]$.

1 Deel beide leden van de om te rekenen formule door a.

2 Vermenigvuldig beide leden van de bekomen gelijkheid met $(1 + i)$.

3 Verminder beide leden met de overeenkomstige leden van de gelijkheid in vraag 1.

4 Zonder de factor $\frac{S}{a}$ af in het linkerlid.

5 Vermenigvuldig beide leden met $\frac{a}{i}$.

Aanvangswaarde

5 Op weg naar school wordt Jo in een ongeval betrokken. Hij verliest een deel van de rechterpink. De schoolverzekering keert hem een jaarlijkse vergoeding uit van 90 euro met onbeperkte duur. Jaarlijkse of periodieke vergoedingen met onbeperkte duur vormen een **eeuwigdurende annuïteit**. Met welk bedrag kan Jo deze uitkeringen afkopen als de rentevoet 2,25 % bedraagt? Maak de berekening voor uitkeringen volgens een achterafbetaalbare annuïteit.

Aanwijzing: als n onbeperkt toeneemt, dan zal het quotiënt $\frac{1}{(1+i)^n}$ gelijk worden aan 0.

6 De opa van Wout heeft sinds zijn 51e verjaardag tot en met zijn 65e verjaardag elk jaar 500 euro gestort op een pensioenrekening. De rentevoet bedraagt 1,90 %. De oma van Wout beweert dat opa op zijn 65e verjaardag een hoger bedrag zou gespaard hebben, als hij op zijn 50e verjaardag een eenmalige storting van 6500 euro op een spaarrekening met dezelfde rentevoet zou gedaan hebben. Heeft oma gelijk?

7 In ruil voor 2500 euro stort Ilse vanaf nu gedurende 36 maanden telkens 70 euro op een spaarrekening van haar vriendin Kaat. Wie is het meest gebaat bij deze transactie als deze rekening 1,15 % intrest opbrengt?

Uitdagingen van pagina 114 en 115

Termijn

1 Een sportclub leent 300 000 euro tegen een rentevoet van 3,75 % om de renovatie van zijn sporthal te kunnen bekostigen. De lening wordt afbetaald in 120 maandelijkse stortingen te beginnen één maand na de ondertekening van het contract. Bereken de maandelijkse termijn.

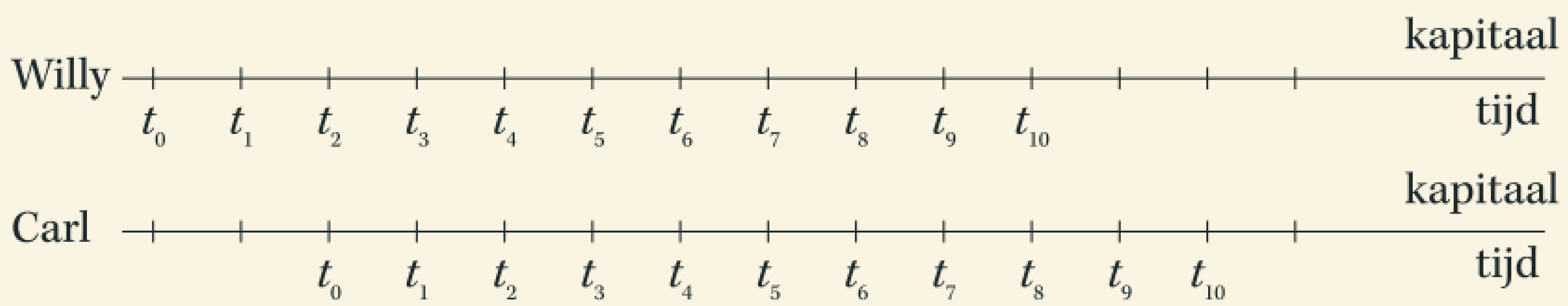
2 Vanaf 10 januari 2013 spaart Nisse de 10e van elke maand 10 euro. Zijn zus Fiene wil vanaf 10 januari 2014 maandelijks een bedrag opzij zetten zodat ze 3 jaar later bij de 36e storting over evenveel geld als Nisse kan beschikken. De rentevoet bedraagt 1,75 %. Welk bedrag moet Fiene maandelijks sparen?

3 Vanaf 31 december 2013 tot en met 31 december 2022 stort de heer Peeters jaarlijks een vast bedrag op zijn spaarrekening met een vaste rentevoet van 2 %. Hij wil 10 jaar na de laatste storting kunnen beschikken over een kapitaal van 25 000 euro op zijn spaarrekening. Hoeveel bedraagt de termijn van dit spaarplan?

▶ Tussentijdse waarde

4 Willy doet 10 jaarlijkse stortingen van 185 euro, telkens op het einde van elk jaar. De rentevoet bedraagt 1,75 %. Bij de derde storting doet zijn zoon Carl een eerste storting van een achterafbetaalbare annuïteit van 10 jaarlijkse termijnen van 190 euro tegen een rentevoet van 1,75 %.

1 Stel beide spaarplannen voor op een tijdpad.



2 Wat is de slotwaarde van de annuïteit van Willy?

3 Wat is de slotwaarde van de annuïteit van Carl?

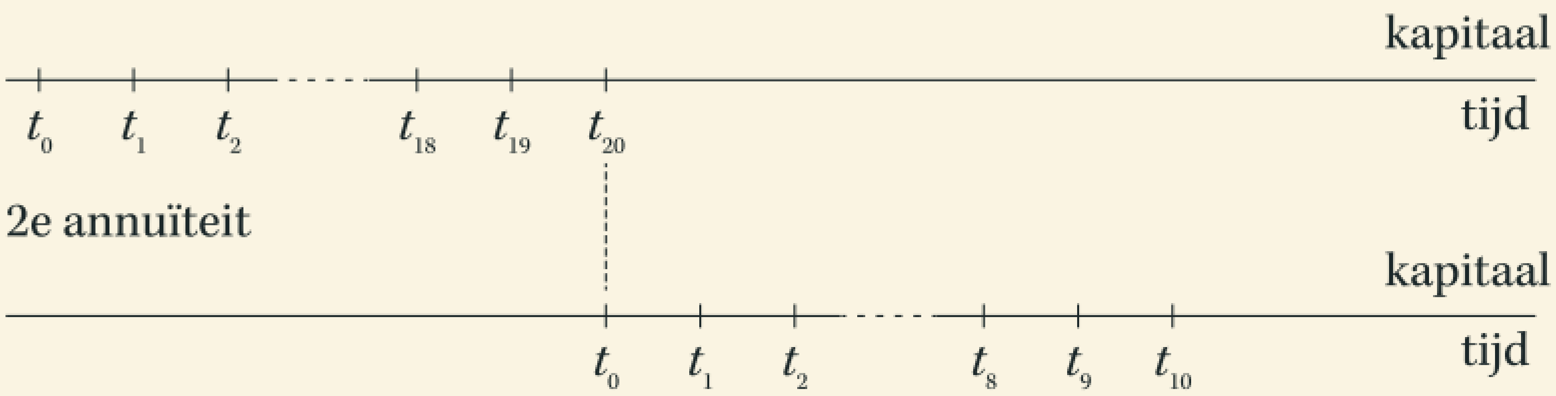
4 Wat is de tussentijdse waarde van de annuïteit van Willy op de einddatum van de annuïteit van Carl?

5 Wie heeft het beste spaarplan?

5 Dirk zet gedurende 20 jaar, telkens op het einde van het jaar, 3000 euro uit tegen een rentevoet van 3 %. Een jaar na de laatste storting neemt hij elk jaar, 6000 euro op gedurende 10 jaar. Welk bedrag houdt Dirk nog over als hij voor de 10e maal 6000 euro opneemt?

1 Stel deze 2 annuïteiten voor op een tijdpad.

1e annuïteit



2 Bereken de slotwaarden van beide annuïteiten.

3 Bereken de tussentijdse waarde van de 1e annuïteit op de einddatum van de 2e annuïteit.

4 Hoe lossen we nu het gestelde probleem op?

5 Formuleer het antwoord.

Uitdagingen van pagina 139 en 140

Hypothecair krediet

1 Een woonkrediet van 80 000 euro met een looptijd van 20 jaar wordt als volgt toegestaan: 50 000 euro tegen 4,50 % en 30 000 euro tegen 5 %. Bereken de maandelijkse termijn van dit woonkrediet.

2 Yves en Didi kunnen hun droomhuis kopen voor 210 000 euro. Zij beschikken over 30 000 euro spaargeld en gaan het resterende bedrag lenen. Hun bank biedt hen een woonkrediet aan met een looptijd van 20 jaar tegen een rentevoet van 4 %.
Als Yves en Didi niet meer dan 1000 euro per maand wensen af te betalen, kunnen zij dan hun droomhuis kopen?

3 De familie Ryckaert koopt een gerestaureerde hoeve die 400 000 euro geschat is. Ze financieren 80 % van de geschatte waarde via een woonkrediet met een looptijd van 20 jaar en betalen een constante maandelijkse termijn van 1886,78 euro. Tegen welke jaarlijkse rentevoet leent de familie Ryckaert?

4 Een woonkrediet van 40 000 euro wordt terugbetaald door 20 constante jaarlijkse stortingen en tegen een rentevoet van 4,25 %.

1. Bereken de jaarlijkse termijn.

2. Als elke maand één twaalfde van de jaarlijkse termijn moet gestort worden, bereken dan de werkelijk toegepaste jaarlijkse rentevoet.

5 Lieven en Sofie willen voor de renovatiewerken aan hun pas gekochte woning een lening van 125 000 euro aangaan. Bij hun bank kunnen ze een woonkrediet verkrijgen tegen 3,45 %. Op een website ontdekken Lieven en Sofie dat ze in aanmerking komen voor een sociale lening met een rentevoet van 1,77 %. Als ze een lening aangaan met een looptijd van 15 jaar, hoeveel bedraagt dan het verschil van de maandelijkse afbetalingen?

▶ Aflossingsplan

6 Om verbouwingswerken aan hun pas geërfd huis te kunnen uitvoeren, gaan Karim en Nathalie een woonkrediet aan van 125 000 euro tegen een rentevoet van 4,35 % en met een looptijd van 20 jaar. De terugbetalingen gebeuren jaarlijks.

1. Bereken de uitstaande schuld na de eerste storting als het woonkrediet een lening met constante termijn is.

2 Bereken de termijn op de eerste vervaldag als het woonkrediet een lening met constante kapitaalaflossing is.

7 Gegeven is de onvolledige aflossingstabel van een woonkrediet van 100 000 euro tegen een rentevoet van 3,40 % en met een looptijd van 10 jaar. De lening wordt terugbetaald met constante maandelijkse termijnen. Bereken de ontbrekende elementen in de gegeven aflossingstabel.

vervaldag m	termijn a	rentedeel r_m	kapitaaldeel k_m	uitstaande schuld U_m
				100 000
1	....	279,01	702,75	99 297,25
2	....	277,05	704,71	98 592,54
3	....	275,08	....	97 885,87
4	....	273,11	708,65	....
5	....	....	710,62	96 466,59
6	....	269,15	712,61	95 753,99
7	....	267,16	714,60	95 039,39
8	....	....	....	....

Bereken de ontbrekende elementen in de gegeven aflossingstabel.

8 Stel een aflossingstabel op voor een woonkrediet van 100 000 euro dat terugbetaalbaar is met constante maandelijkse termijnen gedurende 15 jaar tegen een rentevoet van 3,50 %. Maak gebruik van de grafische rekenmachine, een EXCEL-programma en een internetsite. Vergelijk de resultaten.

9 Stel een aflossingstabel op voor een woonkrediet van 100 000 euro dat terugbetaalbaar is met constante kapitaalaflossing gedurende 15 jaar tegen een rentevoet van 3,50 %. Maak gebruik van een internetsite.

Exploratie van pagina 141

Woonkrediet

1 Zoek een woning op een immo-site. Vermeld de site.
Druk een foto en info af. Wat is de aankoopprijs?

2 Bij de aankoop van een woning zijn er nog bijkomende kosten zoals registratiekosten van de woning en de bijbehorende notariskosten. We stellen dat deze bijkomende kosten ongeveer 10 % bedragen van de aankoopprijs van de woning.
Bereken de bijkomende kosten voor de aankoop van de gekozen woning.

3 Als we 90 % van de aankoopprijs van de woning lenen bij een financiële instelling, bepaal dan het bedrag van de lening.

4 Ook bij het afsluiten van een lening zijn er bijkomende kosten zoals registratiekosten van de lening en de bijbehorende notariskosten. We stellen dat deze bijkomende kosten ongeveer 5 % zijn van het bedrag van de lening. Bereken de bijkomende kosten van de lening.

5 Bereken over welk kapitaal je reeds moet beschikken om je woning te kunnen kopen?

6 Surf naar de site van een financiële instelling naar keuze waarbij je simulaties kan uitvoeren voor een woonkrediet. Vermeld de site.

   a Kies een looptijd voor een lening met constante termijn en vaste rentevoet.

   b Wat is de rentevoet?

   c Wat is het maandelijks te betalen bedrag.

7 Reken de maandelijkse afbetaling na.

8 Stel een aflossingstabel op voor het woonkrediet.

9 Maandelijkse terugbetalingen mogen niet meer dan een derde van het totale gezinsinkomen vertegenwoordigen.
Hoeveel zou je gezinsinkomen dan minstens moeten bedragen?



Uitdagingen van pagina 159 tot 161

Lening op afbetaling

1 Een kredietmakelaar maakt reclame voor de volgende leningen op afbetaling.

AUTOFINANCIERING	LENING VOOR ALLE DOELEINDEN
tot 15 000 EUR	van 7501 EUR tot 15 000 EUR
JKP = 5,50 %	JKP = 9,50 %

1 Wat is de maandelijkse termijn van een autofinanciering voor een geleend bedrag van 14 500 euro en met een looptijd van 48 maand?

2 Met welk bedrag zal de maandelijkse termijn verhogen als we een lening met dezelfde kenmerken aangaan voor de herstelling van het dak van ons huis?

2 Kelly heeft voor de financiering van haar huwelijk 6500 euro nodig. Ze heeft de keuze tussen twee contracten van lening op afbetaling.
Contract A: 40 maandelijkse afbetalingen van 188,60 euro.
Contract B: 42 maandelijkse afbetalingen van 180,58 euro.

1 Bij welk contract is het terug te betalen totaalbedrag van de lening het kleinst?

2 Bereken met ICT het jaarlijks kostenpercentage van elk contract.
Welk contract is de beste koop?

3 In de advertentie kunnen we lezen dat het jaarlijks kostenpercentage voor de aangeboden leningen op afbetaling gelijk is aan 10,49 %.

BIJ ONS IS IEDEREEN WELKOM!

zelfstandigen, loontrekkenden, gepensioneerden, weduwen ...

LENING OP AFBETALING VOOR ALLE DOELEINDEN		EIGENAARSKREDIET VOOR ZELFSTANDIGEN
€ 2501 = 30 × € 94,59	JKP = 10,49 %	achterstand btw, RSZ en belastingen,
€ 3701 = 30 × € 119,45		teveel schulden, loonbeslag,
€ 5601 = 42 × € 158,65		geweigerd door de bank
€ 7501 = 48 × € 190,31		zwarte lijst.

enige voorwaarde = eigenaar zijn

Reken de maandelijkse termijnen van de vermelde bedragen na en ontdek het zetduiveltje.

▶ Verkoop op afbetaling

4 Katja leest de volgende advertentie. Ze besluit de iPod te kopen op afbetaling als het JKP niet meer bedraagt dan 10 %.



1 Bepaal het jaarlijks kostenpercentage.

2 Zal Katja ingaan op de advertentie?

5 Bij de aankoop van een stereotelevisie met een contante prijs van 1399 euro moet Amber een voorschot van 15 % betalen. De rest moet ze afbetalen met 12 maandelijkse termijnen tegen een jaarlijks kostenpercentage van 12,80 %. Wat is het bedrag van de maandelijkse afbetaling?

6 Jelle koopt een laptop. De contante prijs bedraagt 1530 euro. Een externe harde schijf van 500 gigabyte is in de kostprijs begrepen. De verkoper stelt een verkoop op afbetaling voor met een voorschot van 20 % als eerste betaling en het resterende bedrag in 12 maandelijkse termijnen tegen een jaarlijks kostenpercentage van 0 %.

1 Wat is het bedrag van de maandelijkse afbetaling?

2 Jelle merkt dat contante betalers een externe harde schijf van 1 terabyte krijgen meegeleverd in plaats van 500 gigabyte. De extra kostprijs hiervan is 125 euro. Welke verdoken intrest betaalt Jelle door te kopen op krediet en wat is dan het eigenlijke jaarlijks kostenpercentage van dit krediet?

Financieringshuur

7 Toon de formule aan om de aanvangswaarde van een voorafbetaalbare annuïteit te berekenen.

$$A' = \frac{a\,(1+i)}{i}\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

8 Een drukkerij wil een bestaande drukpers vervangen door een nieuwe pers ter waarde van 1 000 000 euro exclusief btw. Een leasemaatschappij werkt het volgende aflossingsschema uit: een driemaandelijkse huurprijs vooraf te betalen en berekend tegen een rentevoet van 5,20 %, de looptijd is 5 jaar en het percentage restbedrag is 4 %.

1 Wat is het restbedrag inclusief btw?

2 Wat is de driemaandelijkse huurprijs inclusief btw?

9 Frederik werkt voor een firma gespecialiseerd in frees- en draaiwerk, een aflossingsschema uit voor de financieringshuur van een CNC gestuurde freesmachine met de volgende kenmerken.

- Aanschafwaarde exclusief btw: 338 495 EUR
- Restbedrag: 5 %
- Zesmaandelijkse huurprijs exclusief btw: 32 425,52 EUR
- Looptijd: 10 jaar
- Betalingstijdstip: vooraf

1 Wat is de zesmaandelijkse huurprijs inclusief btw?

2 Wat is het restbedrag inclusief btw?

3 Bepaal de rentevoet die voor de berekening van de huurprijs werd toegepast.

Exploratie van 162

Leasecontract

U betaalt een lagere huurprijs door het hogere restbedrag. Zo kunt u voor een interessante huurprijs over een wagen van een hogere klasse beschikken.

U bestelt een wagen bij een garage van uw keuze voor een investeringsbedrag van 25 000 euro exclusief btw. KBC Lease betaalt het volledige bedrag, btw inbegrepen, aan de garagist.

U sluit met KBC Lease een Pref'rent af op 3 jaar met een restbedrag van 30 %, of 7500 euro.

Kiest u voor een milieuvriendelijke wagen Pref'rent ECO, dan is het percentage van het restbedrag 35 %, en ligt uw maandlast nog lager.

Vergelijk:

	Leasing	Pref'rent	Pref'rent ECO
investeringsbedrag excl. btw	25 000 EUR	25 000 EUR	25 000 EUR
percentage restbedrag	4 %	30 %	35 %
huurprijs per maand	729,59 EUR	564,73 EUR	533,03 EUR
totaal betaalde huur	26 265,24 EUR	20 330,28 EUR	19 189,08 EUR

1 Bereken voor elke leasingformule het restbedrag inclusief btw.

2 Bereken voor elke leasingformule de rentevoet waarmee de huurprijs werd berekend.

3 Voor welke leasingformule zou je kiezen als je van plan bent de wagen na 3 jaar over te nemen?

4 Voor welke leasingformule zou je kiezen als je na 3 jaar de wagen niet wenst over te nemen?